

## ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

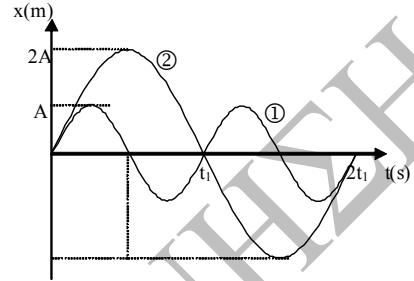
1. Δύο σώματα με μάζες  $m_1=2m$  και  $m_2=m$  αντίστοιχα, εκτελούν Α.Α.Τ. και έχουν την ίδια γωνιακή συχνότητα. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις για τις σταθερές επαναφοράς  $D_1$  και  $D_2$  αντίστοιχα των δύο συστημάτων είναι σωστή; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

α.  $D_1 = D_2/2$       β.  $D_1 = 2D_2$       γ.  $D_1 = 4D_2$       δ.  $D_1 = D_2$

2. Στο διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις για δύο σώματα 1 και 2 τα οποία εκτελούν Α.Α.Τ. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις για τις μέγιστες επιταχύνσεις ταλάντωσης των δύο σωμάτων είναι σωστή; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

α.  $a_{\max(1)} = \frac{a_{\max(2)}}{2}$       β.  $a_{\max(1)} = a_{\max(2)}$

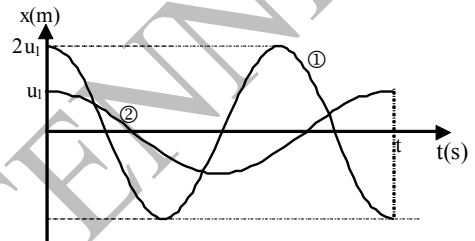
γ.  $a_{\max(1)} = 4a_{\max(2)}$       δ.  $a_{\max(1)} = 2a_{\max(2)}$



3. Δύο σώματα 1 και 2 με ίσες μάζες εκτελούν Α.Α.Τ. Στο σχήμα φαίνονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για τα δύο σώματα. Ο λόγος της μέγιστης δύναμης επαναφοράς του σώματος 1 προς τη μέγιστη δύναμη επαναφοράς του σώματος 2 είναι:

α. 3      β. 9      γ. 1/3      δ. 1/9

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



4. Σώμα μάζας  $m$  εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο  $T$  και πλάτος  $A$ . Τετραπλασιάζουμε το πλάτος της ταλάντωσής του και διπλασιάζουμε τη μάζα του ενώ διατηρούμε αμετάβλητη τη σταθερά επαναφοράς  $D$ . Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής στις ακραίες θέσεις θα:

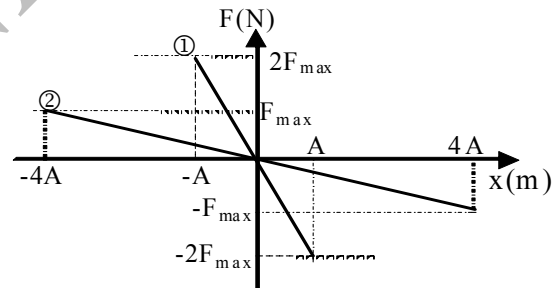
α. τετραπλασιαστεί      β. παραμένει σταθερός      γ. υποτετραπλασιαστεί      δ. διπλασιαστεί

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

5. Δύο σώματα με μάζες  $m_1=m$  και  $m_2=4m$  εκτελούν Α.Α.Τ. Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις δύναμης επαναφοράς, απομάκρυνσης για τα δύο σώματα. Ο λόγος των συχνοτήτων ταλάντωσης των δύο σωμάτων  $f_1/f_2$  είναι ίσος με:

α.  $2\sqrt{2}$       β.  $\sqrt{2}$       γ.  $\sqrt{2}/2$       δ.  $4\sqrt{2}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



6. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο  $T=4s$ . Η συχνότητα μεγιστοποίησης του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας είναι  $f'$  ίση με:

α. 4 Hz      β. 2 Hz      γ. 0,5 Hz      δ. 0,25 Hz

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

7. Ένας απλός αρμονικός ταλαντωτής ταλαντώνεται, με πλάτος ταχύτητας  $u_{\max}$ , πλάτος επιτάχυνσης  $a_{\max}$  και αρχική φάση  $\phi_0$ . Σε ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του έχει ταχύτητα μέτρου  $u$  και επιτάχυνση μέτρου  $a$ . Η σχέση που συνδέει τη στιγμιαία ταχύτητα  $u$  με τη στιγμιαία επιτάχυνση  $a$ , είναι η:

α)  $\frac{u^2}{u_{\max}^2} + \frac{a^2}{a_{\max}^2} = 1$       β)  $\frac{u^2}{u_{\max}^2} - \frac{a^2}{a_{\max}^2} = 1$       γ)  $\frac{u}{u_{\max}} + \frac{a}{a_{\max}} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

## Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

8. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και πραγματοποιεί 10 ταλαντώσεις σε χρόνο 5 s. Η συχνότητα ταλάντωσης του είναι:

α. 0,5Hz      β. 2Hz      γ. 4π Hz      δ. 5 Hz

9. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η συχνότητα με την οποία διέρχεται από τη θέση ισορροπίας είναι 0,5 Hz. Η περίοδος της Α.Α.Τ. είναι ίση με:

α. 1s      β. 2s      γ. 0,5s      δ. 4s

10. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και μετά από τρεις πλήρεις ταλαντώσεις το συνολικό μήκος της διαδρομής είναι 6m.

Η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων είναι:

- α. 1m                      β. 2m                      γ. 0,5m                      δ. 6m

11. Η περίοδος του ωροδείκτη ενός ρολογιού είναι:

- α. 1h                      β. 24h                      γ. 12h                      δ. 2h

12. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και ο χρόνος για να μεταβεί από τη Θέση Ισορροπίας σε μία ακραία θέση είναι 0,25 s.

Η γωνιακή συχνότητα είναι:

- α.  $2\pi$  rad/s                      β.  $8\pi$  rad/s                      γ.  $0,5\pi$  rad/s                      δ.  $\pi$  rad/s

13. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή  $t=0$  είναι στη θέση  $x=-A$ . Η επιτάχυνση του θα πάρει την τιμή  $a=+a_{\max}$  μετά από χρόνο:

- α.  $T/4$                       β.  $T$                       γ.  $T/2$                       δ.  $3T/4$

14. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με  $a < 0$  και επιβραδύνεται. Το σώμα κινείται:

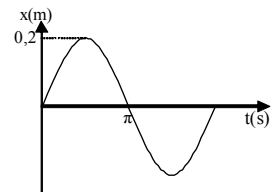
- α. Από τη θέση  $x=0$  στη θέση  $x=-A$                       β. Από τη θέση  $x=0$  στη θέση  $x=+A$   
 γ. Από τη θέση  $x=+A$  στη θέση  $x=0$                       δ. Από τη θέση  $x=-A$  στη θέση  $x=0$

15. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις μας δίνει το πλάτος της ταχύτητας σε μία Α.Α.Τ.

- α.  $u_{\max} = \omega^2 A$                       β.  $u_{\max} = 2\pi T A$                       γ.  $u_{\max} = 2\pi A$                       δ.  $u_{\max} = 2\pi f A$

16. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Το διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου φαίνεται στο σχήμα. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι ίση με:

- α.  $2\pi$  m/s                      β.  $\pi$  m/s                      γ. 5 m/s                      δ. 0,2 m/s

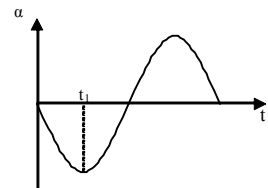


17. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο 4s. Όταν το σώμα διέρχεται από τη Θέση Ισορροπίας η ταχύτητά του είναι 1 m/s. Οι ακραίες θέσεις απέχουν απόσταση που είναι ίση με:

- α.  $2/\pi$  m                      β.  $\pi$  m                      γ.  $4/\pi$  m                      δ.  $\pi/4$  m

18. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή  $t_1$ :

- α.  $x=0$                       β.  $u=-u_{\max}$                       γ.  $F=-F_{\max}$                       δ.  $x=-A$



19. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και κινείται από τη Θέση Ισορροπίας σε μία από τις ακραίες θέσεις με θετική ταχύτητα. Η επιτάχυνση του σώματος είναι:

- α.  $a > 0$                       β.  $a < 0$                       γ.  $a = 0$                       δ.  $a = +a_{\max}$

20. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και διέρχεται από μία θέση της τροχιάς του στην οποία η ταχύτητα είναι μέγιστη. Η δύναμη επαναφοράς σε αυτή τη θέση είναι:

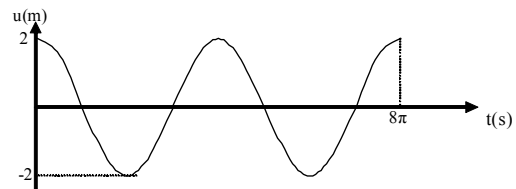
- α.  $F = F_{\max}$                       β.  $F = 0$                       γ.  $F = -F_{\max}$                       δ.  $F < 0$

21. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Η σταθερά επαναφοράς του D υπολογίζεται από τη σχέση:

- α.  $D = m\omega$                       β.  $D = \frac{f}{a}$                       γ.  $D = m2\pi f$                       δ.  $D = m \frac{4\pi^2}{T^2}$

22. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου φαίνεται στο σχήμα. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

- α. 2 m                      β. 4 m                      γ.  $8\pi$  m                      δ. 8 m



23. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Η μάζα του σώματος είναι  $m=4\text{kg}$  και η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι  $D=100\text{ N/m}$ . Το σώμα για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση χρειάζεται χρόνο ίσο με:

- α. 0,5s                      β. 0,4π s                      γ.  $2\pi$  s                      δ. 0,25π s

24. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x=A\sin\omega t$ . Ποιά από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή;

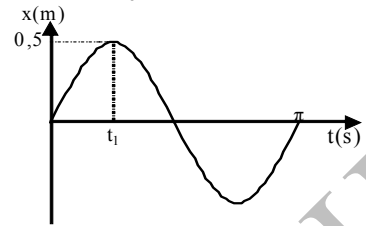
- α.  $a = \omega x$                       β.  $a = -\omega^2 x$                       γ.  $a = -\omega x^2$                       δ.  $a = -\omega x$

25. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ με περίοδο  $T$ . Αν διπλασιάσουμε το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης η συχνότητά του  $f$  θα:

- a. παραμείνει σταθερή      b. διπλασιαστεί      c. υποδιπλασιαστεί      d. Υποτετραπλασιαστεί

26. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  η επιτάχυνση είναι:

- a.  $-2 \text{ m/s}^2$       b. 0      c.  $-0,5 \text{ m/s}^2$       d.  $+2 \text{ m/s}^2$

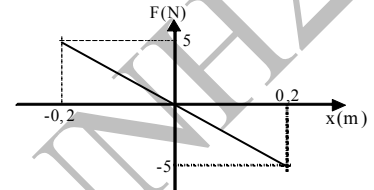


27. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι:

- a. διαρκώς ομόρροπη με την ταχύτητα.      b. ομόρροπη με τη δύναμη επαναφοράς.  
c. γραμμική συνάρτηση του χρόνου.      d. αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

28. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάγραμμα δύναμης Επαναφοράς-Απομάκρυνσης. Η σταθερά επαναφοράς  $D$  του συστήματος είναι ίση με:

- a.  $5 \text{ N/m}$       b.  $1 \text{ N/m}$       c.  $25 \text{ N/m}$       d.  $2 \text{ N/m}$



29. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης  $F$ . Αν  $x$  είναι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, για τη δύναμη  $F$  ισχύει ότι:

- a.  $F = -50x$       b.  $F = 20x$       c.  $F = 10x^2$       d.  $F = -50 - 10x$

30. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Διατηρώντας σταθερή τη μάζα του σώματος τετραπλασιάζουμε τη σταθερά επαναφοράς του  $D$ . Το πλάτος της ταλάντωσης  $A$  παραμένει σταθερό.

- a. Η συχνότητα ταλάντωσης υποδιπλασιάζεται  
b. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής στις ακραίες θέσεις τετραπλασιάζεται  
c. Το πλάτος της ταχύτητας υποδιπλασιάζεται  
d. Το πλάτος της επιτάχυνσης διπλασιάζεται

### Ερωτήσεις σωστού-λάθους

31. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$  και γωνιακής συχνότητας  $\omega$ . Επιλέξτε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις.

- a. Σε κάθε περίοδο το σώμα διανύει διάστημα  $4A$ .  
b. Η ταχύτητα  $\vec{v}$  και η δύναμη επαναφοράς  $\vec{\Sigma F}$  είναι διαρκώς αντίρροπες.  
c. Η φάση της ταχύτητας είναι μεγαλύτερη της φάσης της απομάκρυνσης κατά  $\pi \text{ rad}$ .  
d. Η απομάκρυνση  $x$  από τη Θέση Ισορροπίας του και η επιτάχυνση του  $a$  συνδέονται με τη σχέση:  $a = -\omega^2 x$ .  
e. Το διάνυσμα της απομάκρυνσης έχει διαρκώς φορά προς τις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης.

32. Η περιστροφή της γης γύρω από τον άξονά της είναι: (Επιλέξτε τη σωστή / τις σωστές απαντήσεις)

- a. Περιοδική κίνηση      b. Ταλάντωση      c. Περιοδικό φαινόμενο      d. Γραμμική Ταλάντωση

33. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και κάποια χρονική στιγμή βρίσκεται στη θέση  $x = +A$ . Μετά από χρόνο  $T/2$ :

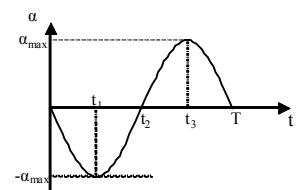
- a. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας θα είναι μηδέν      c. Η ταχύτητα του σώματος θα είναι μηδέν  
b. Η δύναμη επαναφοράς θα είναι μέγιστη κατά απόλυτη τιμή      d. Η απομάκρυνση θα είναι μηδέν

34. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με πλάτος  $A$ . Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης θα μεταβληθούν:

- a. Η σταθερά επαναφοράς      b. Η γωνιακή συχνότητα  
c. Το πλάτος της ταχύτητας      d. Το πλάτος της δύναμης επαναφοράς

35. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου

- a. Η χρονική στιγμή  $t_1$  αντιστοιχεί σε απομάκρυνση όπου η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική  
b. Η χρονική στιγμή  $t_2$  αντιστοιχεί στη Θέση Ισορροπίας  
c. Η χρονική στιγμή  $t_3$  αντιστοιχεί σε θέση όπου ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι μηδέν  
d. Η χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$  διαφέρουν χρονικά  $T/2$



36. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x=A\eta\omega t$ . Να αποδείξετε ότι η σχέση που συνδέει την ταχύτητα με την επιτάχυνση της ταλάντωσης για κάθε χρονική στιγμή είναι η παρακάτω:

$$a = \pm\omega\sqrt{u_{\max}^2 - u^2}$$

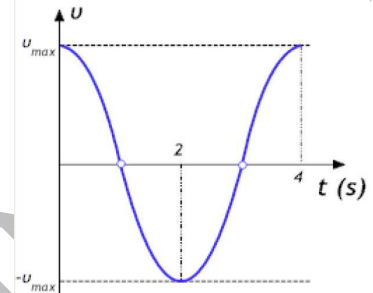
37. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x=A\eta\omega t$ . Να βρεθεί η σχέση που συνδέει την απομάκρυνση με την ταχύτητα του ταλαντούμενου σώματος.

38. Σώμα μάζας  $m$  εκτελεί Α.Α.Τ. Αν η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι  $D$  και η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής  $x=A\eta\omega t$ , να αποδείξετε ότι η σχέση που συνδέει τη δύναμη επαναφοράς με την απομάκρυνση είναι  $F=-Dx$ . Να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση  $F=f(x)$ . Ποιά φυσικά μεγέθη υπολογίζονται από την κλίση και το εμβαδόν της γραφικής παράστασης;

39. Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ , σε συνάρτηση με το χρόνο. Τη χρονική στιγμή  $t_1=3s$  το σημειακό αντικείμενο βρίσκεται στη θέση:

- α)  $x_1=0$ .                      β)  $x_1=+A$ .                      γ)  $x_1=-A$ .

Να επιλέξετε τις σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας



40. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ.

- Η σχέση  $F=-Dx$  είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη
- Η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη στο κέντρο της τροχιάς
- Η σταθερά  $D$  εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης
- Η σταθερά  $D$  εξαρτάται από μεγέθη χαρακτηριστικά του ταλαντούμενου συστήματος

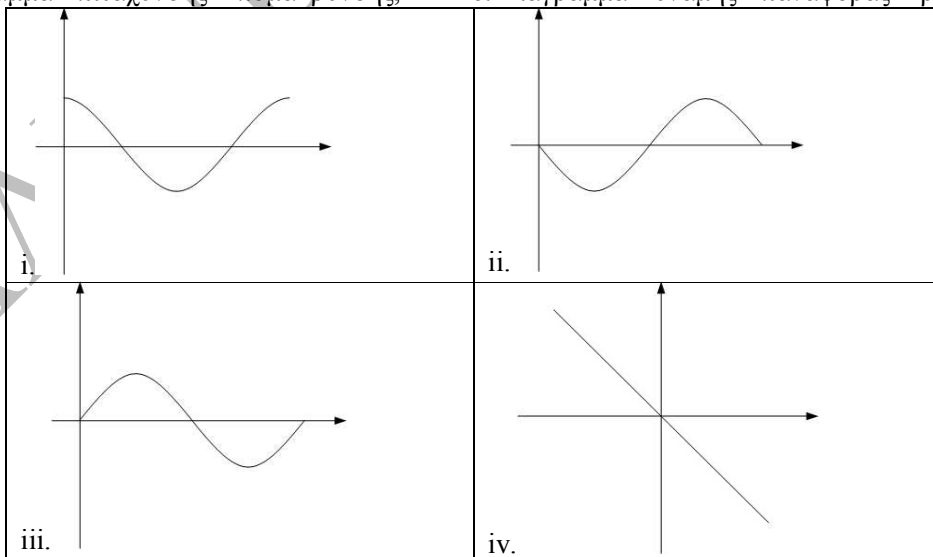
#### Ερωτήσεις αντιστοίχισης

41. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται στη θέση  $x=-A$ . Να αντιστοιχίσετε τις χρονικές στιγμές με τις τιμές των μεγεθών:

Χρονικές στιγμές	Τιμές μεγεθών
$x=+A$	$T$
$u=-u_{\max}$	$T/2$
$a=a_{\max}$	$T/4$
$u=+u_{\max}$	$3T/4$

42. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης  $x=A\eta\omega t$ . Να αντιστοιχίσετε τα διαγράμματα:

- Διάγραμμα Απομάκρυνσης-Χρόνου,
- Διάγραμμα Ταχύτητας-Χρόνου,
- Διάγραμμα Επιτάχυνσης-Απομάκρυνσης,
- Διάγραμμα Δύναμης Επαναφοράς-Χρόνου



43. Να αντιστοιχίσετε τα παρακάτω περιοδικά φαινόμενα με την περίοδό τους.

Περιοδικά Φαινόμενα	Περίοδος
Περιστροφή ωροδείκτη	24h
Περιστροφή της γης γύρω από τον άξονα της	60s
Περιστροφή λεπτοδείκτη	1h
Περιστροφή Δευτερολεπτοδείκτη	12h

**Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενών**

44. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις ταλάντωσης η ταχύτητά του είναι:

ενώ η επιτάχυνση του είναι:

45. Σε μια Α.Α.Τ. το σημείο στο οποίο η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν ονομάζεται:

46. Στη σχέση  $F=-Dx$ , το  $D$  ονομάζεται:  της ταλάντωσης.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΝΑΓΕΝΝΗΣΗ

## ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

47. Σε μία Α.Α.Τ. η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης κατά τη διάρκεια μίας περιόδου

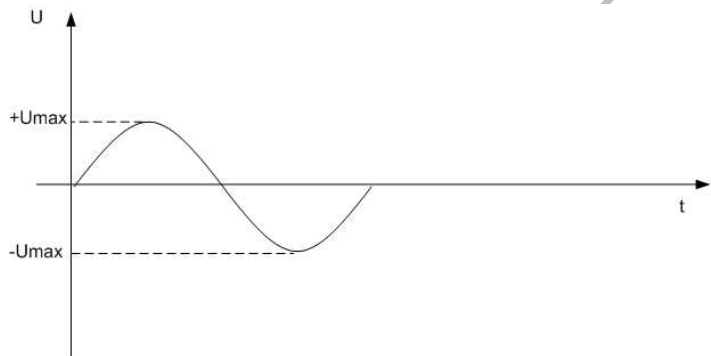
- α. Δύο φορές                      β. Μία φορά                      γ. Τέσσερις φορές                      δ. Έξι φορές  
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

48. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και η ταχύτητά του έχει αρνητικό πρόσημο. Η αρχική φάση είναι:

- α. 0                      β.  $\pi/2$                       γ.  $\pi$                       δ.  $3\pi/2$   
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

49. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και στο παρακάτω σχήμα δίνεται το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου. Η αρχική φάση ταλάντωσης είναι:

- α. 0  
β.  $\pi/2$   
γ.  $\pi$   
δ.  $3\pi/2$



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

50. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται στη θέση  $x=A/2$  όπου  $A$  το πλάτος της ταλάντωσης και επιβραδύνεται. Η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι:

- α.  $\pi/3$                       β.  $2\pi/3$                       γ.  $\pi/6$                       δ.  $5\pi/6$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

51. Να υπολογιστεί η απομάκρυνση σε μια Α.Α.Τ. όταν η δυναμική ενέργεια και η κινητική ενέργεια είναι ίσες.

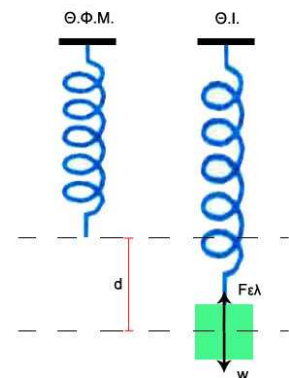
52. Ένα σώμα συνδέεται στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα εκτελεί Α.Α.Τ. με πλάτος ταλάντωσης  $A_1$ . Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι  $D$ . Αντικαθιστούμε το σώμα με ένα άλλο τετραπλάσιας μάζας το οποίο εκτελεί επίσης Α.Α.Τ. αλλά με διπλάσιο πλάτος. Η σχέση που συνδέει την ενέργεια ταλάντωσης  $E_1$  του πρώτου σώματος με την αντίστοιχη ενέργεια ταλάντωσης  $E_2$  του δεύτερου σώματος είναι:

- α.  $E_2=4E_1$                       β.  $E_2=16E_1$                       γ.  $E_2=E_1/4$                       δ.  $E_2=E_1/16$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

53. Δύο σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συνδέονται στο ελεύθερο κάτω άκρο δύο κατακόρυφων ελατηρίων των οποίων τα πάνω άκρα είναι σταθερά στερεωμένα. Για τις σταθερές των δύο ελατηρίων ισχύει  $K_1=4K_2$ . Παρατηρούμε ότι το πρώτο ελατήριο, όταν ισορροπεί το σώμα, έχει επιμηκυνθεί κατά  $d_1$ , ενώ το δεύτερο κατά  $d_2=2d_1$ . Ποια από τις παρακάτω σχέσεις ισχύει για τις συχνότητες ταλάντωσης των δύο σωμάτων, αιτιολογώντας την επιλογή σας (Θεωρούμε ότι και τα δύο σώματα εκτελούν Α.Α.Τ.).

- α.  $f_1 = \sqrt{2}f_2$                       β.  $f_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}f_2$                       γ.  $f_1=4f_2$                       δ.  $f_1=2f_2$



54. Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Τη χρονική στιγμή  $t$  η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι  $x=-A/2$  όπου  $A$  το πλάτος της ταλάντωσης. Ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη χρονική στιγμή  $t$  είναι:

- α.  $1/2$                       β.  $1/4$                       γ. 3                      δ.  $1/3$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

55. Μικρό σώμα μάζας  $m$  εκτελεί Α.Α.Τ. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται στη θέση  $x=A/2$  και επιταχύνεται. Η αρχική του φάση είναι:

- α.  $\pi/6$                       β.  $5\pi/6$                       γ.  $\pi/3$                       δ.  $5\pi/3$

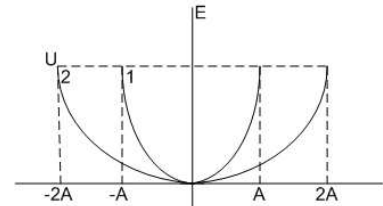
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

56. Να βρεθεί ο λόγος της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ενός σώματος το οποίο εκτελεί Α.Α.Τ. όταν η ταχύτητά του είναι η μισή της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης.

57. Δύο σώματα με ίσες μάζες  $m_1 = m_2$  εκτελούν Α.Α.Τ. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τα διαγράμματα U-χγια τα δύο συστήματα. Ο λόγος των περιόδων ταλάντωσης  $T_1/T_2$  είναι ίσος με:

- α. 2                      β. 4                      γ.  $\frac{1}{4}$                       δ.  $\frac{1}{2}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



58. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με ενέργεια ταλάντωσης  $E=8\text{J}$ . Αν τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα βρίσκεται στη Θέση Ισορροπίας μετά από χρόνο  $t=T/4$  η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με:

- α. 0                      β. 2J                      γ. 4J                      δ. 8J

59. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Η ενέργεια ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση:

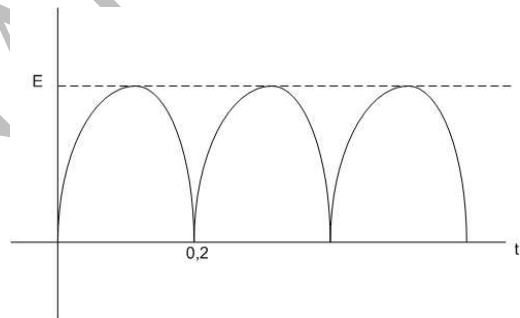
- α.  $E = \frac{1}{2} m \omega^2 A$                       β.  $E = \frac{1}{2} m u^2$                       γ.  $E = \frac{1}{2} m f^2 A^2$                       δ.  $E = \frac{1}{2} m 4\pi f^2 A^2$

60. Ποιά από τις παρακάτω σχέσεις εκφράζει τη χρονική μεταβολή της κινητικής ενέργειας;

- α.  $K = E \sin^2 \omega t$                       β.  $K = m \omega^2 A^2 \sin^2 \omega t$   
 γ.  $K = E \sin \omega t$                       δ.  $K = E \eta \mu^2 \omega t$

61. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο. Η συχνότητα ταλάντωσης είναι ίση με:

- α. 2,5Hz                      β. 5Hz  
 γ. 0,2Hz                      δ. 0,4Hz



62. Σώμα μάζας  $m$  είναι συνδεδεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς  $k$  το άλλο άκρο του οποίου είναι σταθερά στερεωμένο. Το σύστημα ελατηρίου σώματος εκτελεί Α.Α.Τ. πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης είναι ίση με:

- α.  $2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$                       β.  $2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$                       γ.  $\sqrt{\frac{m}{k}}$                       δ.  $\sqrt{\frac{k}{m}}$

63. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με ενέργεια ταλάντωσης  $E = 10\text{J}$ . Αν την χρονική στιγμή  $t$  η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, τότε η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι:

- α. 30J                      β. 10J                      γ. 7,5J                      δ. 2,5J

64. Στη θέση ισορροπίας ενός σώματος, που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:

- α. η επιτάχυνση μεγιστοποιείται.                      β. η δύναμη επαναφοράς μηδενίζεται.  
 γ. η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης μεγιστοποιείται                      δ. η κινητική ενέργεια μηδενίζεται.

65. Ένα υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στην ακραία αρνητική του θέση:

- α. η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μέγιστη.                      β. το μέτρο της δύναμης επαναφοράς είναι μηδέν.  
 γ. το μέτρο της επιτάχυνσης είναι μέγιστο.                      δ. η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μηδέν.

### Ερωτήσεις Σωστού Λάθους

66. Ένα σώμα, μάζας  $m$ , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, γωνιακής συχνότητας  $\omega$ , περιόδου  $T$  και πλάτους  $A$ . Επιλέξτε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές.

- α. Η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το μικρό σώμα ισούται με  $\frac{2\pi}{T} A$   
 β. Η μέγιστη επιτάχυνση που αποκτά το μικρό σώμα ισούται με  $\omega^2 A^2$ .



- α) ίση με την  $E_1$ .      β) μικρότερη από την  $E_1$ .      γ) μεγαλύτερη από την  $E_1$ .  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

73. Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  είναι δεμένο σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Η μέγιστη δύναμη επαφής, που δέχεται στη διάρκεια της ταλάντωσης είναι  $F_{\max}$  και η μέγιστη επιτάχυνση  $a_{\max}$ . Αντικαθιστούμε το  $\Sigma_1$  με άλλο σώμα  $\Sigma_2$ , που έχει μεγαλύτερη μάζα  $m_2$  από το  $\Sigma_1$  και διεγείρουμε το σύστημα ώστε να εκτελέσει ταλάντωση ίδιου πλάτους  $A$ . Τότε το σώμα  $\Sigma_2$  θα ταλαντώνεται με απλή αρμονική ταλάντωση και:

- A) η μέγιστη δύναμη που θα δέχεται θα είναι :  
 α) μικρότερη απ' του  $\Sigma_1$ .      β) ίση με του  $\Sigma_1$ .      γ) μεγαλύτερη απ' του  $\Sigma_1$ .  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.  
 B) η μέγιστη επιτάχυνση του θα είναι:  
 α) μικρότερη απ' του  $\Sigma_1$ .      β) ίση με του  $\Sigma_1$ .      γ) μεγαλύτερη απ' του  $\Sigma_1$ .  
 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

### Ερωτήσεις Αντιστοίχισης

74. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης  $x = A \eta\omega t$ . Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής με τα στοιχεία της δεξιάς στήλης.

α. $x=0$	i. $K = \frac{3E}{4}$
β. $x=+A$	ii. $U=0$
γ. $x=-A$	iii. $K=0$
δ. $x=A/2$	iv. $a=-a_{\max}$

### Ερωτήσεις Συμπλήρωσης κενού

75. Στον παρακάτω πίνακα να συμπληρώσετε τις τιμές που λείπουν για την ενέργεια ταλάντωσης και τη δυναμική και κινητική ενέργεια. Το σύστημα στο οποίο αναφέρεται ο πίνακας εκτελεί Α.Α.Τ.

$u$	$U$	$K$	$E$
$u_{\max}$			
$u_1$	2	5	
$u_2$	3		
0			

76. Σε μία Α.Α.Τ. η ενέργεια ταλάντωσης είναι  και το συνολικό έργο της δύναμης επαφής σε κάθε περίοδο είναι

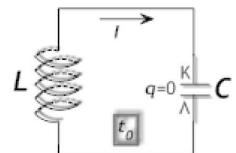
## ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

77. Ιδανικό κύκλωμα  $LC$  εκτελεί αμειώτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις και τη χρονική στιγμή  $t=0$  το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο. Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο έχει τη μορφή:  
 α.  $i=\omega Q\eta\mu(\omega t)$       β.  $i=\omega Q\sigma\upsilon\nu(\omega t)$       γ.  $i=-\omega Q\eta\mu(\omega t)$       δ.  $i=-\omega Q\sigma\upsilon\nu(\omega t)$
78. Ιδανικό κύκλωμα  $LC$  εκτελεί αμειώτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις και τη χρονική στιγμή  $t=0$  το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο. Ο πυκνωτής:  
 α. φορτίζεται στο χρονικό διάστημα  $0$  ως  $T/4$ .  
 β. εκφορτίζεται στο χρονικό διάστημα  $0$  ως  $T/4$ .  
 γ. φορτίζεται στο χρονικό διάστημα  $0$  ως  $T/2$ .  
 δ. εκφορτίζεται στο χρονικό διάστημα  $0$  ως  $T/2$ .
79. Ιδανικό κύκλωμα  $LC$  εκτελεί αμειώτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Τις στιγμές που το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδέν:  
 α. η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή είναι μέγιστη.  
 β. ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου είναι μηδέν.  
 γ. η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου ισούται με μηδέν.  
 δ. η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι μηδέν.
80. Ιδανικό κύκλωμα  $LC$  εκτελεί αμειώτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο και το ρεύμα του κυκλώματος μηδέν.  
 α. Το πλάτος  $I$  της έντασης του ρεύματος και το πλάτος  $Q$  του φορτίου του πυκνωτή ικανοποιούν τη σχέση:  

$$I = \frac{Q}{2\pi\sqrt{LC}}$$
  
 β. Θετική θεωρείται η φορά του ρεύματος όταν αυτό κατευθύνεται προς τον οπλισμό του πυκνωτή ο οποίος τη χρονική στιγμή  $t=0$  ήταν θετικά φορτισμένος.  
 γ. Για την ενέργεια  $U_E$  του πυκνωτή και την ενέργεια  $U_B$  του πηνίου ισχύει κάθε στιγμή η σχέση:  $U_E + U_B = 0,5LI^2$ .  
 δ. Η ενέργεια του πυκνωτή γίνεται ίση με την ενέργεια του πηνίου 4 φορές σε μία περίοδο ταλάντωσης του κυκλώματος.  
 ε. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι κάθε στιγμή ίση με το μισό της αρχικής ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή.
81. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της πρώτης στήλης με τα στοιχεία της δεύτερης στήλης.

Στήλη I	Στήλη II
A. δυναμική ενέργεια ταλάντωσης $U$	1. ένταση ρεύματος $i$
B. κινητική ενέργεια $K$	2. φορτίο $q$
Γ. απομάκρυνση $x$	3. χωρητικότητα $C$
Δ. ταχύτητα $u$	4. ρυθμός μεταβολής έντασης ρεύματος $di/dt$
Ε. επιτάχυνση $a$	5. ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή $U_E$
ΣΤ. σταθερά ελατηρίου $k$	6. ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου $U_B$
Z. μάζα $m$	7. αντίστροφο χωρητικότητας $1/C$
	8. συντελεστής αυτεπαγωγής $L$

82. Το ιδανικό κύκλωμα  $LC$  του σχήματος εκτελεί αμειώτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις, με περίοδο  $T$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0$  ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα με τη φορά που έχει σχεδιαστεί στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή  $t_1=t_0+T/2$ , η ένταση του ρεύματος θα είναι:



- α) μέγιστη με τη φορά του σχήματος.  
 β) μηδέν.  
 γ) μέγιστη με φορά αντίθετη από αυτήν του σχήματος.  
 Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

83. Ένα ιδανικό κύκλωμα  $LC$  (1) έχει πυκνωτή με χωρητικότητα  $C$  και πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$ , ενώ ένα άλλο ιδανικό κύκλωμα  $LC$  (2) έχει τον ίδιο πυκνωτή, αλλά πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $4L$ .



## ΦΘΙΝΟΥΣΑ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

90. Σε σύστημα ελατηρίου- σώματος, εκτός από τη δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης  $F=-bu$ , όπου  $b$  η σταθερά απόσβεσης και  $u$  η ταχύτητα του σώματος. Να επιλέξετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές.
- Το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται γραμμικά σε συνάρτηση με τον χρόνο.
  - Η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
  - Ο ρυθμός ελάττωσης του πλάτους εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης  $b$ .
  - Η περίοδος της ταλάντωσης παραμένει σταθερή, ανεξάρτητη από το πλάτος της ταλάντωσης.
91. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η σταθερά απόσβεσης  $b$  εξαρτάται από:
- την ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.
  - την πυκνότητα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.
  - τις ιδιότητες του μέσου, το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.
  - τις ιδιότητες του μέσου, την πυκνότητα και τον όγκο του αντικειμένου που κινείται.
92. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία ενεργεί δύναμη αντίστασης  $F=-bu$ , όπου  $b$  η σταθερά απόσβεσης και  $u$  η ταχύτητα, διαπιστώνουμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $A=A_0e^{-\Lambda t}$ . Να επιλέξετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές.
- Ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.
  - Η σταθερά  $\Lambda$  εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης  $b$  και το σχήμα του ταλαντούμενου σώματος.
  - Όταν η σταθερά απόσβεσης  $b$  μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο αργά.
  - Στις ακραίες περιπτώσεις στις οποίες η σταθερά απόσβεσης παίρνει πολύ μεγάλες τιμές, η κίνηση γίνεται αperiodική.
93. Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
- Σε όλα τα συστήματα που ταλαντώνονται επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόσβεσης.
  - Σε όλα τα συστήματα που ταλαντώνονται επιδιώκεται η μεγάλη απόσβεση.
  - Στο σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου (αμορτισέρ) είναι επιθυμητή η μεγάλη απόσβεση.
  - Σε ένα εκκρεμές ρολόι επιδιώκεται η μεγιστοποίηση της απόσβεσης.
94. Στη σχέση  $A=A_0e^{-\Lambda t}$ , η σταθερά  $\Lambda$  εξαρτάται από:
- τη σταθερά απόσβεσης  $b$  και τη μάζα του ταλαντούμενου σώματος.
  - τη σταθερά απόσβεσης  $b$  και την πυκνότητα του ταλαντούμενου σώματος
  - τη σταθερά απόσβεσης  $b$  και το σχήμα του ταλαντούμενου σώματος.
  - την ταχύτητα του ταλαντούμενου σώματος.
95. Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά με μία ή περισσότερες λέξεις.  
Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων, ο κύριος λόγος της απόσβεσης είναι .....  
....., η αύξηση της οποίας συνεπάγεται πιο ..... απόσβεση της ταλάντωσης και μικρή ..... της περιόδου της. Η περίοδος μπορεί να θεωρηθεί σταθερή για ....., ενώ η ταλάντωση γίνεται αperiodική στην περίπτωση που ..... υπερβεί κάποιο όριο.
96. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση  $A=A_0e^{-\Lambda t}$ . Ο χρόνος που απαιτείται ώστε η ολική ενέργεια της ταλάντωσης να γίνει η μισή της αρχικής ( $E=E_0/2$ ) είναι:
- $t=\ln 2/\Lambda$ .
  - $t=\ln 2/2\Lambda$ .
  - $t=\Lambda/\ln 2$ .
- Ποιά είναι η σωστή πρόταση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
97. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση  $A=A_0e^{-\Lambda t}$ . Ο χρόνος που απαιτείται ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να γίνει το μισό του αρχικού ( $A=A_0/2$ ) είναι:
- $t=\ln 2/\Lambda$ .
  - $t=\ln 4/\Lambda$ .
  - $t=\Lambda/\ln 2$ .
- Ποια είναι η σωστή πρόταση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
98. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, οι μονάδες της σταθεράς απόσβεσης  $b$  στο S.I. είναι:
- kg s.
  - s/kg.
  - kg/s.
- Ποια είναι η σωστή πρόταση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

## ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

99. Σύστημα κατακόρυφου ελατηρίου-σώματος που παρουσιάζει μικρή σταθερά απόσβεσης  $b$  εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι  $f_0$  και η συχνότητα του διεγέρτη είναι  $f$ . Η συχνότητα ταλάντωσης είναι (επιλέξτε τη σωστή απάντηση):  
 α. Ελάχιστα μικρότερη της  $f_0$ .      β. Ίση με  $f$       γ. Ίση με  $f_0$       δ. Ίση με τη διαφορά  $|f-f_0|$
100. Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης  $b$ . Στο συντονισμό το πλάτος της ταλάντωσης είναι (επιλέξτε τη σωστή απάντηση):  
 α. Μέγιστο.      β. Ελάχιστο      γ. Μηδέν.      δ. Άπειρο.
101. Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Παρατηρείται ότι για δύο διαφορετικές συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  του διεγέρτη με  $f_1 < f_2$  το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα  $f_0$  του συστήματος ισχύει (επιλέξτε τη σωστή απάντηση):  
 α.  $f_0 < f_1$ .      β.  $f_0 > f_2$       γ.  $f_1 < f_0 < f_2$ .      δ.  $f_0 = f_1$ .
102. Ένα κύκλωμα LC παρουσιάζει αντίσταση  $R$  και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση υπό την επίδραση μίας πηγής εναλλασσόμενης τάσης συχνότητας  $f$ . Αν η συχνότητα  $f$  γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος LC, τότε (επιλέξτε τη σωστή απάντηση):  
 α. Το ρεύμα μηδενίζεται.  
 β. Το ρεύμα σταδιακά μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί  
 γ. Το ρεύμα γίνεται μέγιστο.  
 δ. Μεγαλώνει η αντίσταση του κυκλώματος.
103. Σύστημα κατακόρυφου ελατηρίου-σώματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης  $b$ . Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι  $f_0=10\text{Hz}$ . Η συχνότητα του διεγέρτη είναι αρχικά  $f=15\text{Hz}$  και την μειώνουμε σταδιακά μέχρι την τιμή  $f=7\text{Hz}$ . Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης (επιλέξτε την σωστή απάντηση):  
 α. Αρχικά αυξάνεται, παίρνει μία μέγιστη τιμή και μετά μειώνεται.  
 β. Αυξάνεται συνεχώς.  
 γ. Μειώνεται συνεχώς.  
 δ. Είναι ανεξάρτητο της συχνότητας του διεγέρτη.
104. Ένα μηχανικό σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Με κατάλληλη διάταξη μεταβάλλουμε την σταθερά απόσβεσης  $b$  του συστήματος. Αυξάνοντας τη σταθερά απόσβεσης  $b$ , παρατηρούμε στο συντονισμό (επιλέξτε τη σωστή απάντηση)  
 α. Αύξηση του πλάτους.  
 β. Μείωση του πλάτους.  
 γ. Το πλάτος γίνεται άπειρο.  
 δ. Το πλάτος στο συντονισμό δεν εξαρτάται από το  $b$ .
105. Σύστημα κατακόρυφου ελατηρίου-σώματος με μικρή σταθερά απόσβεσης  $b$  εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη  $f$  είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα  $f_0$  του συστήματος. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες είναι λανθασμένες;  
 α. Το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό.  
 β. Το σύστημα αποδέχεται την ενέργεια με τον βέλτιστο τρόπο.  
 γ. Το πλάτος της ταλάντωσης απειρίζεται.  
 δ. Οι μονάδες της σταθεράς απόσβεσης  $b$  είναι  $\text{Nm/s}$ .
106. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση ισχύει:  
 α. Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι ίση με την συχνότητα του διεγέρτη.  
 β. Όταν αυξάνεται συνεχώς η συχνότητα του διεγέρτη, αυξάνεται συνεχώς και το πλάτος της ταλάντωσης.  
 γ. Το πλάτος της ταλάντωσης απειρίζεται.  
 δ. Όταν η σταθερά απόσβεσης  $b$  αυξάνεται, το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται.  
 ε. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο.
107. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση κατά τον συντονισμό ισχύει:

- α. Ο διεγέρτης προσφέρει ανά περίοδο στο σύστημα ενέργεια ίση με  $E_o = \frac{1}{2} DA^2$ , όπου A το πλάτος της ταλάντωσης κατά τον συντονισμό.
- β. Όταν η σταθερά απόσβεσης είναι  $b=0$ , το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται θεωρητικά ίσο με μηδέν.
- γ. Ελαχιστοποιούνται οι απώλειες ενέργειας λόγω τριβών, αντιστάσεων κτλ.
- δ. Η ενέργεια μεταφέρεται από τον διεγέρτη στο ταλαντούμενο σύστημα κατά τον βέλτιστο τρόπο.
- 108.** Σε μια εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση ισχύει:
- α. Ως διεγέρτης χρησιμοποιείται μια πηγή σταθερής τάσης.
- β. Όταν αυξάνεται συνεχώς η συχνότητα της τάσης της πηγής - διεγέρτη, αυξάνεται συνεχώς και το πλάτος του ρεύματος.
- γ. Το πλάτος του ρεύματος είναι μέγιστο στην κατάσταση συντονισμού.
- δ. Το κύκλωμα διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα.
- ε. Το πλάτος του ρεύματος αυξάνεται με το χρόνο.
- 109.** Αν θέλουμε να διατηρείται σταθερό το πλάτος της ταλάντωσης ενός συστήματος, πρέπει να:
- α. ασκείται στο σύστημα συνεχώς μια σταθερή εξωτερική δύναμη.
- β. ασκείται στο σύστημα μια περιοδική εξωτερική δύναμη.
- γ. ασκείται στο σύστημα μια δύναμη που το μέτρο της να αυξάνεται με το χρόνο.
- δ. ασκηθεί στο σύστημα στιγμιαία μια δύναμη μεγάλου μέτρου.
- 110.** Η επιλογή ενός σταθμού στο ραδιόφωνο στηρίζεται στο φαινόμενο του συντονισμού. Το κύκλωμα επιλογής σταθμών στο ραδιόφωνο είναι ένα κύκλωμα LC που εξαναγκάζεται σε ηλεκτρική ταλάντωση από την κεραία. Στην περίπτωση αυτήν ισχύει:
- α. Στην κεραία ενός ραδιοφώνου κάθε στιγμή φθάνουν πολλά ηλεκτρομαγνητικά κύματα ίδιας συχνότητας.
- β. Όταν γυρίζουμε το κουμπί επιλογής των σταθμών, μεταβάλλουμε την χωρητικότητα ενός μεταβλητού πυκνωτή και ταυτόχρονα την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος LC του ραδιοφώνου.
- γ. Το κύκλωμα LC του ραδιοφώνου βρίσκεται σε επαγωγική σύζευξη με την κεραία του.
- δ. Η κίνηση των ηλεκτρονίων στην κεραία δημιουργεί σ' αυτήν ένα πολύ ασθενές σταθερό ρεύμα.
- ε. Όταν η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος LC του ραδιοφώνου συμπίπτει με κάποια από τις συχνότητες των κυμάτων που εκπέμπουν οι ραδιοφωνικοί σταθμοί και φθάνουν στην κεραία, τότε το κύκλωμα διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα μέγιστου πλάτους.
- 111.** Σύστημα ελατηρίου – μάζας εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αν τετραπλασιάσουμε τη μάζα στο σύστημα, τότε η ιδιοσυχνότητά του:
- α. γίνεται μέγιστη.      β. υποδιπλασιάζεται.      γ. διπλασιάζεται.      δ. υποτετραπλασιάζεται.
- 112.** Να επιλέξετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές.
- α. Στη διάρκεια ενός σεισμού τα κτήρια εξαναγκάζονται να εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα ίση με την ιδιοσυχνότητά τους  $f_o$ .
- β. Μία γέφυρα μπορεί να συντονιστεί με τη συχνότητα βηματισμού μιας ομάδας ανθρώπων που κινούνται πάνω της και να καταρρεύσει.
- γ. Η βαρυτική έλξη της Σελήνης εξαναγκάζει τη μάζα του νερού στην επιφάνεια της γης σε ταλάντωση (φαινόμενο παλίρροιας).
- δ. Το φαινόμενο του συντονισμού μπορεί να προκαλέσει το σπάσιμο ενός κρυστάλλινου ποτηριού.
- ε. Στην κούνια δεν είναι δυνατό να επιτευχθεί συντονισμός γιατί οι αποσβέσεις είναι αμελητέες.
- 113.** Ένα σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A και συχνότητας  $f=15\text{Hz}$ . Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι 17 Hz. Αν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει 16Hz τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:
- A) θα γίνει μικρότερο από A.      Β) θα γίνει μεγαλύτερο από A.      Γ) θα παραμείνει A.
- Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.
- 114.** Ένα σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση συχνότητας  $f=30\text{Hz}$  και πλάτους A. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι 25 Hz. Αν αυξήσουμε τη σταθερά απόσβεσης b του συστήματος χωρίς να μεταβάλλουμε τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε:
- α) πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα μειωθεί.

- β) η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα γίνει λίγο μικρότερη από 30Hz.  
γ) η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα γίνει λίγο μικρότερη από 25Hz.  
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**115.** Στις εξαναγκασμένες μηχανικές ταλαντώσεις με απόσβεση η συχνότητα συντονισμού είναι λίγο ..... από την ιδιοσυχνότητα  $f_0$ . Η αύξηση της σταθεράς απόσβεσης συνεπάγεται ..... του μέγιστου πλάτους και ταυτόχρονα μικρή ..... της συχνότητας συντονισμού. Για πολύ μικρές τιμές της απόσβεσης ( $b=0$ ) το μέγιστο πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θεωρητικά γίνεται .....  
Συμπληρώστε τα παραπάνω κενά με μία ή περισσότερες λέξεις.

**116.** Για ένα σύστημα που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα  $f=10\text{Hz}$ , βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού και έχει πλάτος ταλάντωσης  $A=8\text{cm}$ , ισχύουν τα εξής:  
α) έχει σταθερά απόσβεσης  $b=0$ .  
β) έχει απώλειες ενέργειας ανά περίοδο λιγότερες, από αυτές που θα είχε αν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει 6 Hz.  
γ) το πλάτος ταλάντωσης μπορεί να γίνει μεγαλύτερο από αυτό που έχει, αρκεί να ελαττώσουμε τη σταθερά απόσβεσης.  
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.





γ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και  $A$  και γωνιακή συχνότητα  $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$

δ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και  $2A$  και γωνιακή συχνότητα  $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$

**133.** Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ. του ίδιου πλάτους  $A$  που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση. Οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  των επιμέρους ταλαντώσεων διαφέρουν ελάχιστα. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιές είναι λάθος;

α. Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης μεταβάλλεται από  $0$  έως  $2A$ .

β. Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι σταθερός και μειώνεται αν αυξηθεί η διαφορά  $f_1 - f_2$ .

γ. Σε αυτή την περίπτωση δεν ισχύει η αρχή της επαλληλίας.

δ. Η σύνθετη ταλάντωση είναι φθίνουσα.

**134.** Σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, γύρω από το ίδιο σημείο, ίδιου πλάτους και διεύθυνσης με συχνότητες  $f_1 = 199\text{Hz}$  και  $f_2 = 201\text{Hz}$ , με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται διακροτήματα. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της σύνθετης κίνησης είναι:

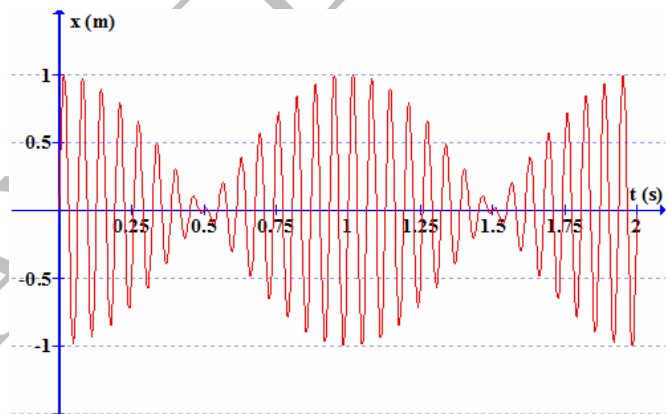
α.  $1\text{s}$                       β.  $0,5\text{s}$                       γ.  $\frac{1}{200}\text{s}$

δ.  $\frac{1}{400}$

**135.** Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο μιας σύνθετης κίνησης που παρουσιάζει διακροτήματα. Η περίοδος των διακροτημάτων είναι:

α.  $0,5\text{s}$     β.  $1\text{s}$

γ.  $1,5\text{s}$     δ.  $2\text{s}$



**136.** Ένας παρατηρητής ακούει τον ήχο από δύο διαπασών που λειτουργούν ταυτόχρονα και παράγουν ήχους με συχνότητες  $f_1 = 1000\text{Hz}$  και  $f_2$ .

Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τα διακροτήματα που παράγονται ενώ ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου είναι  $0,25\text{s}$ . Παρατηρούμε ότι αν αυξηθεί η συχνότητα  $f_2$  του δεύτερου διαπασών κατά  $2\text{Hz}$  τότε ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου αυξάνεται. Η συχνότητα  $f_2$  του δεύτερου διαπασών είναι:

α)  $4\text{ Hz}$ .

β)  $1004\text{ Hz}$ .

γ)  $996\text{ Hz}$ .

δ)  $0,5\text{ Hz}$ .

**137.** Σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιου πλάτους και διεύθυνσης και γύρω από το ίδιο σημείο. Οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  ( $f_2 > f_1$ ) αντίστοιχα των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται διακρότημα. Αν η διαφορά των συχνοτήτων ( $f_2 - f_1$ ) μικρύνει, ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους θα:

α. παραμείνει ο ίδιος.

β. μειωθεί.

γ. αυξηθεί.

δ. αυξηθεί ή θα μειωθεί ανάλογα με την τιμή της  $f_1$ .

Ποιά από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**138.** Δύο διαπασών παράγουν ήχους με παραπλήσιες συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  με ( $f_2 > f_1$ ), οπότε παρατηρούνται 4 μέγιστα της έντασης του ήχου ανά δευτερόλεπτο. Αν  $f_1 = 1000\text{Hz}$ , η συχνότητα  $f_2$  είναι:

α)  $1002\text{ Hz}$ .

β)  $1004\text{ Hz}$ .

γ)  $1008\text{ Hz}$ .

Ποιά από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**139.** Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος  $A$  και συχνότητες που διαφέρουν πολύ

λίγο. Αν  $T_1$  και  $T_2$  είναι αντίστοιχα οι περίοδοι των δύο ταλαντώσεων, τότε η περίοδος  $T_\Delta$  των διακροτημάτων δίνεται από τον τύπο:

$$\alpha) T_\Delta = |T_2 - T_1| \quad \beta) T_\Delta = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \gamma) T_\Delta = \frac{T_1 \cdot T_2}{|T_2 - T_1|}$$

Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**140.** Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:

$$x_1 = 0,4\eta\mu(1998\pi t) \quad \text{και} \quad x_2 = 0,4\eta\mu(2002\pi t) \quad (\text{S.I.})$$

Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της ιδίμορφης ταλάντωσης (διακροτήματος) του σώματος είναι:

$$\alpha) 0,5 \text{ s.} \quad \beta) 1 \text{ s.} \quad \gamma) 2 \text{ s.}$$

Να επιλέξετε το σωστό. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**141.** Σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιου πλάτους και διεύθυνσης. Οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  ( $f_2 > f_1$ ) αντίστοιχα των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν μεταξύ τους 4Hz, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται διακρότημα. Αν η συχνότητα  $f_1$  αυξηθεί κατά 8Hz, ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους θα:

$$\alpha) \text{ παραμείνει ο ίδιος.} \quad \beta) \text{ μειωθεί κατά } 4\text{s.} \quad \gamma) \text{ αυξηθεί κατά } 4\text{s.}$$

Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**142.** Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος  $A$  και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο. Αν  $T_1$  και  $T_2$  είναι αντίστοιχα οι περίοδοι των δύο ταλαντώσεων, τότε η περίοδος της περιοδικής κίνησης δίνεται από τον τύπο:

$$\alpha) T_\Delta = |T_2 - T_1| \quad \beta) T_\Delta = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \gamma) T_\Delta = \frac{2 \cdot T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2}$$

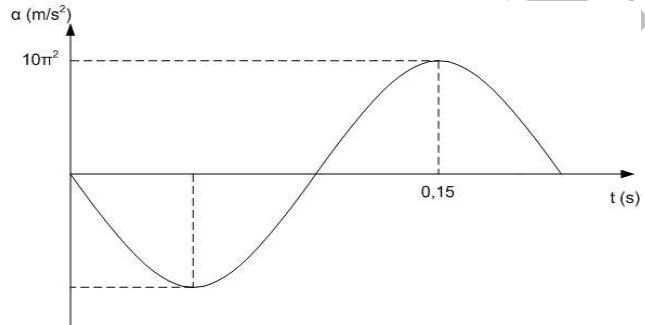
Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

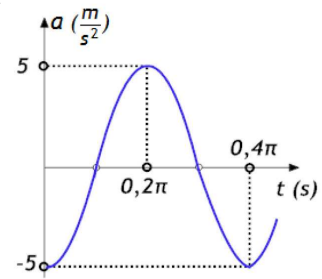
## Μηχανικές Ταλαντώσεις

143. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η ταχύτητα μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση  $u=2\sin(4\pi t)$  (SI). Να υπολογιστεί:
- Η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων
  - Η επιτάχυνση όταν η απομάκρυνση του σώματος είναι  $x=+A$ .
  - Η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t=1/12$  s
  - Αν η μάζα του ταλαντούμενου σώματος είναι  $m=0,2$  kg να υπολογιστεί η σταθερά επαναφοράς του συστήματος και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τη χρονική στιγμή όπου η απομάκρυνση είναι  $x=A/2$ . Δίνεται  $\sin(\pi/3)=0,5$  και  $\pi^2=10$

144. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση επιτάχυνσης – χρόνου. Να υπολογιστούν:
- Το πλάτος της ταλάντωσης
  - Η συχνότητα και η γωνιακή συχνότητα
  - Να βρεθεί η εξίσωση ταχύτητας-χρόνου και να σχεδιαστεί το αντίστοιχο ποσοτικό διάγραμμα
  - Να κάνετε το διάγραμμα επιτάχυνσης-απομάκρυνσης (ποσοτικό)



145. Στο παρακάτω διάγραμμα παριστάνεται η επιτάχυνση ενός σώματος, μάζας  $m=2$  kg, σε συνάρτηση με το χρόνο, που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
- Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  και το πλάτος ταλάντωσης  $A$ .
  - Να γράψετε την εξίσωση που δίνει τη φάση της ταλάντωσης  $\phi$  σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ .
  - Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση της επιτάχυνσης  $a$  σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$ , σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.
  - Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1=\pi/30$  s.



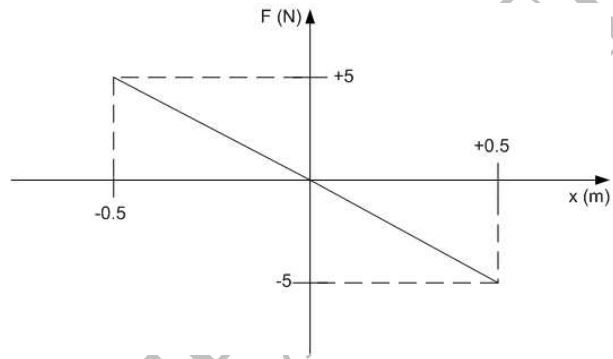
146. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο  $T=2$ s και πλάτος ταλάντωσης  $A=0,1$ m. Να υπολογιστούν:
- η συχνότητα και η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης,
  - το πλάτος της ταχύτητας και το πλάτος της επιτάχυνσης,
  - να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο  $x=f(t)$ ,  $u=f(t)$  και  $a=f(t)$  αντίστοιχα.
147. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο είναι:  $x=0,2\eta\mu 2t$  (S.I.) Να υπολογιστούν:
- η γωνιακή συχνότητα, η περίοδος και η συχνότητα ταλάντωσης,
  - το πλάτος της ταλάντωσης, το πλάτος της ταχύτητας και το πλάτος της επιτάχυνσης,
  - η απομάκρυνση τη χρονική στιγμή  $t=\pi/8$ s.
148. Σώμα μάζας  $m=4$ kg εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x=A\eta\mu\omega t$  ενώ η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι  $400$ N/m. Το σώμα μετά από 3 πλήρεις ταλαντώσεις έχει διαγράψει τροχιά μήκους  $d=0,6$ m. Να υπολογιστούν:
- η συχνότητα ταλάντωσης,
  - το πλάτος της επιτάχυνσης,
  - ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t=\pi/40$  s
  - το έργο της δύναμης επαναφοράς καθώς το σώμα μεταβαίνει από τη θέση ισορροπίας στην ακραία αρνητική θέση.

149. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x=A\eta\mu\omega t$ . Η συχνότητα διέλευσης του σώματος από τη Θέση Ισορροπίας είναι  $2$ Hz ενώ η ακραία θέση ταλάντωσης απέχει από τη Θέση Ισορροπίας απόσταση  $d=0,4$ m. Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι  $D=100$ N/m. Να υπολογιστούν:
- η περίοδος της ταλάντωσης,
  - η μάζα του ταλαντούμενου σώματος,

- γ. οι χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου στις οποίες η απομάκρυνση είναι  $x=+0,2\text{m}$ .  
 δ. η ταχύτητα τις ίδιες χρονικές στιγμές.  
 Δίνεται  $\pi^2=10$

150. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης  $x=20\eta\mu(10\pi t)$  ( $x$  σε cm και  $t$  σε s). Να υπολογιστούν:  
 α. ο ρυθμός μεταβολής της φάσης,  
 β. η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t=1/60$  s.  
 γ. Να γίνει το διάγραμμα φάσης-χρόνου για τις τρεις πρώτες ταλαντώσεις.

151. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x=A\eta\mu\omega t$ . Το σώμα μετά από χρόνο 5 s έχει πραγματοποιήσει 50 πλήρεις ταλαντώσεις. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα δύναμης επαναφοράς-απομάκρυνσης. Να υπολογιστούν  
 α. η μάζα του ταλαντούμενου σώματος,  
 β. το πλάτος της ταχύτητας,  
 γ. η διαφορά φάσης για τις χρονικές στιγμές  $t_1=0,15\text{s}$  και  $t_2=0,5\text{s}$ ,  
 δ. το μέτρο της απομάκρυνσης όταν η επιτάχυνση είναι  $a_{\max}/4$ .  
 Δίνεται  $\pi^2=10$



152. Σφαίρα μάζας  $m=1$  kg ισορροπεί δεμένη στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=400$  N/m, του οποίου το κάτω άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Ανεβάζουμε τη σφαίρα κατακόρυφα προς τα πάνω και την αφήνουμε ελεύθερη, οπότε αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $A=0,5$  m.  
 α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  καθώς και το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας  $v_{\max}$  της σφαίρας.  
 β) Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα πάνω και ως χρονική στιγμή  $t=0$ , η στιγμή που περνά από τη θέση ισορροπίας της με φορά κίνησης προς τα κάτω.  
 γ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης ελατηρίου στη σφαίρα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$ . Στη συνέχεια να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης ελατηρίου στα δύο ακρότατα της ταλάντωσης.  
 δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας τη χρονική στιγμή  $t_1=T/8$ .  
 Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

153. Δίσκος μάζας  $M=1$  kg είναι συνδεδεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=200$  N/m. Το κάτω άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο του δαπέδου. Από ύψος  $h=0,15$  m πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερο ένα σφαιρίδιο πλαστελίνης μάζας  $m=1$  kg, το οποίο συγκρούεται με το δίσκο μετωπικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρείστε την αντίσταση του αέρα και τη διάρκεια της κρούσης αμελητέες.



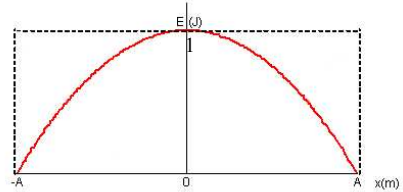
- α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου ελάχιστα πριν την κρούση.  
 β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος. Δίνεται η  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.  
 γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης επαναφοράς καθώς και το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου στο κατώτερο σημείο της ταλάντωσης του συσσωματώματος.  
 δ) Να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.

154. Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Η σταθερά επαναφοράς συστήματος είναι  $D=100$  N/m. Η ενέργεια ταλάντωσης είναι  $E=2$  J. Αν η μάζα του ταλαντευόμενου σώματος είναι  $m=1$  kg, να υπολογιστούν:  
 α. Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης  
 β. Το πλάτος της επιτάχυνσης  
 γ. Η απομάκρυνση του σώματος όταν η κινητική του ενέργεια είναι  $K=0,5$  J  
 δ. Η ταχύτητα  $u_1$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1$  όπου η απομάκρυνση είναι  $x_1=0,1\sqrt{2}$  m

155. Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή  $t_1$  έχει απομάκρυνση  $x_1=5$  cm και ταχύτητα  $u_1=10\sqrt{3}$  m/s ενώ τη χρονική στιγμή  $t_2$  έχει απομάκρυνση  $x_2=5\sqrt{2}$  cm και ταχύτητα  $u_2=10\sqrt{2}$  m/s. Αν η μάζα του σώματος είναι  $m=0,5$  kg να υπολογιστούν:

- Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος
- Το πλάτος της ταλάντωσης
- Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

156. Σώμα μάζας  $m=0,2\text{kg}$  εκτελεί Α.Α.Τ. Η συχνότητα μεγιστοποίησης της δυναμικής ενέργειας είναι  $f^*=2\text{Hz}$ . Στο σχήμα φαίνεται η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης σε σχέση με την απομάκρυνση. Αφού ξανασχεδιάσετε το διάγραμμα να συμπληρώσετε και τη γραφική παράσταση της δυναμικής της ενέργειας ταλάντωσης, σε σχέση με την απομάκρυνση.

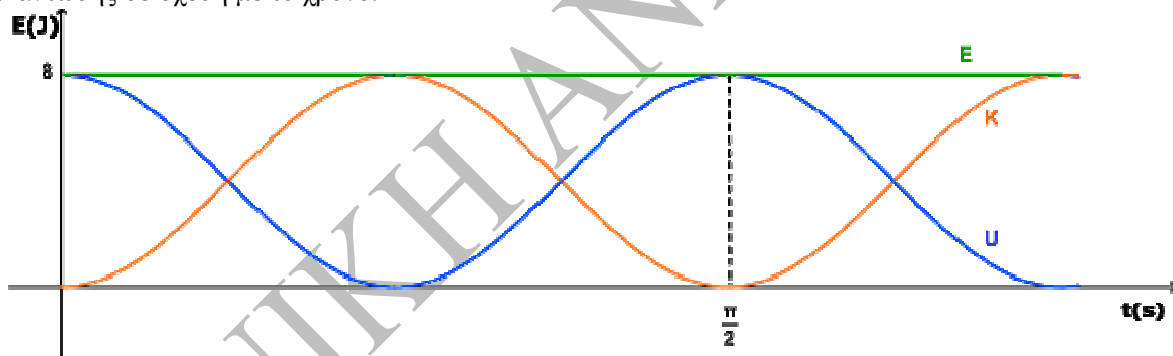


- Αφού ξανασχεδιάσετε το διάγραμμα να συμπληρώσετε τις αριθμητικές τιμές που λείπουν και να φτιάξετε και την γραφική παράσταση της δυναμικής της ενέργειας ταλάντωσης, σε σχέση με την απομάκρυνση.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή όπου η απομάκρυνση είναι  $x=0,25\text{m}$ .
- Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας τη χρονική στιγμή όπου η ταχύτητα του σώματος είναι  $u=\pi/2\text{ m/s}$  και η επιτάχυνση του σώματος είναι θετική  $a>0$ . Δίνεται  $\pi^2=10$ .

157. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή  $t=0$  έχει απομάκρυνση  $x=\sqrt{2}\text{ m}$  και ταχύτητα  $u=-\sqrt{2}\text{ m/s}$ . Το σώμα μετά από μία πλήρη ταλάντωση έχει διαγράψει τροχιά μήκους  $d=8\text{m}$ . Να υπολογιστούν:

- Η περίοδος της ταλάντωσης
- Η αρχική φάση της ταλάντωσης
- Να βρεθεί η εξίσωση της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο
- Να υπολογιστεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη χρονική στιγμή  $t=0$ .

158. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο.



Τη χρονική στιγμή  $t=0$  η επιτάχυνση είναι  $a=a_{\text{max}}$ . Αν η σταθερά επαναφοράς είναι  $D=100\text{N/m}$  να υπολογιστούν:

- Το πλάτος της ταλάντωσης
- Η μάζα του ταλαντευόμενου σώματος
- Η χρονική στιγμή  $t$  στην οποία η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης γίνονται ίσες για 1<sup>η</sup> φορά μετά τη στιγμή  $t=0$ .
- Η μέγιστη δύναμη επαναφοράς και να γραφεί η συνάρτηση δύναμης επαναφοράς-χρόνου.

159. Μια σφαίρα μάζας  $m=2\text{ kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας  $\omega=10\text{ rad/s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται στη θέση όπου έχει τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης  $F_{\text{max}}=+20\text{ N}$ .

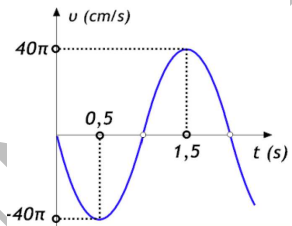
- Να υπολογίσετε τη περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.
- Να γράψετε τη συνάρτηση απομάκρυνσης - χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών  $[0,2\pi)$ .
- Να βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας τη στιγμή  $t_1=\pi/4\text{ s}$ .
- Να βρείτε τη δυναμική και την κινητική ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας τη στιγμή  $t_1$ .

160. Ένα σώμα, μάζας  $m=2$  kg, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απόσταση των ακραίων θέσεων του υλικού σημείου είναι  $d=0,4$  m και τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  διέρχεται απ' τη θέση  $x_1=0,1$  m, έχοντας ταχύτητα μέτρου  $v=2\sqrt{3}$  m/s με φορά προς τη θέση ισορροπίας του.

- Να υπολογίσετε το πλάτος  $A$  και τη σταθερά επαναφοράς  $D$  της ταλάντωσης.
- Να παραστήσετε γραφικά την Κινητική του ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$  από τη θέση ισορροπίας του, σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες στο S.I.
- Να υπολογίσετε την γωνιακή συχνότητα  $\omega$  και την αρχική φάση της  $\phi_0$  ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών  $[0,2\pi)$ .
- Να βρείτε ποια χρονική στιγμή περνά, για πρώτη φορά, από την ακραία θετική θέση.

161. Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος μάζας  $m=0,5$  kg, που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

- Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  και το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης.
- Να βρείτε την αρχική φάση της ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών  $[0,2\pi)$ .
- Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της συνισταμένης δύναμης, που δέχεται το σώμα. Δίνεται:  $\pi^2=10$ .
- Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης στις θέσεις όπου η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης είναι το 75% της ολικής ενέργειας.



162. Ένα σώμα με μάζα  $m=0,1$  kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, μεταξύ δύο ακραίων θέσεων που απέχουν  $d=40$  cm. Ο ελάχιστος χρόνος μετάβασης του σώματος από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι  $\Delta t=0,1\pi$  s. Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  το σώμα διέρχεται από τη θέση  $x_0=0,1\sqrt{2}$  m και το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται.

- Να βρείτε το πλάτος  $A$  και τη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  της ταλάντωσης.
- Πόση ενέργεια  $E$  προσφέραμε στο σώμα για να το θέσουμε σε ταλάντωση;
- Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του σώματος, κάποια χρονική στιγμή, όταν έχει μέτρο ταχύτητας  $u=\sqrt{3}$  m/s.
- Να υπολογίσετε την αρχική φάση  $\phi_0$  ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών  $[0,2\pi)$ .

163. Ένα σώμα, μάζας  $m=0,5$  kg, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα  $f=5/\pi$  Hz, ενώ διανύει σε κάθε περίοδο της ταλάντωσής του διάστημα  $d=2$  m. Το σώμα δέχεται κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του, και στη διεύθυνση της κίνησής του, δύο δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$ , εκ των οποίων η  $F_2$  είναι σταθερή με μέτρο  $F_2=10$  N και φορά αρνητική. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σημείο διέρχεται επιταχυνόμενο από τη θέση  $x_1=-\sqrt{3}/4$  m.

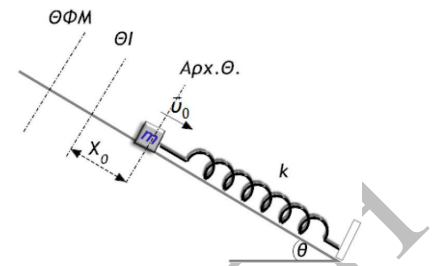
- Να υπολογίσετε το πλάτος και τη σταθερά επαναφοράς  $D$  της ταλάντωσης.
- Να υπολογίσετε την αρχική φάση  $\phi_0$  της ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών  $[0,2\pi)$ .
- Να υπολογίσετε το ποσοστό % της κινητικής ενέργειας του σώματος ως προς την ολική ενέργεια ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή  $t=0$ .
- Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης  $F_1$  σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να υπολογίσετε την απομάκρυνση και τη δυναμική ενέργεια του σώματος, τη χρονική στιγμή  $t_2=3T/4$ .

164. Ένα σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας  $m$  ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$ , το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Στη Θέση Ισορροπίας το ελατήριο ασκεί στο μικρό σώμα δύναμη μέτρου  $F_0=1$  N. Ανεβάζουμε το σώμα από τη Θέση Ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα πάνω έως τη Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου και τη χρονική στιγμή  $t=0$ , το εκτοξεύουμε με κατακόρυφη προς τα κάτω ταχύτητα μέτρου  $v_0$ . Το σώμα μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το διάστημα που διανύει μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων απ' τη Θέση Ισορροπίας του είναι  $s=0,4$  m σε χρόνο  $\Delta t=\pi/10$  s.

- Να υπολογίσετε το πλάτος  $A$  και τη σταθερά  $k$  του ελατηρίου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.
- Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση, που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μηδέν.
- Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας  $v_0$ .
- Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή  $t=0$ .

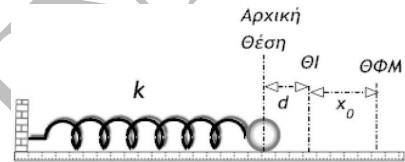
Θεωρήστε θετική φορά την προς τα πάνω.

**165.** Το κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k=100 \text{ N/m}$ , είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης  $\theta=30^\circ$ . Στο πάνω άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας  $m=1 \text{ kg}$ . Συμπιέζουμε το ελατήριο επιπλέον κατά  $x_0=0,1 \text{ m}$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$ , εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου  $v=\sqrt{3} \text{ m/s}$  με φορά προς τα κάτω παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε τη συχνότητά της.
- Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης  $A$ .
- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα κάτω. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών  $[0, 2\pi)$ .
- Να υπολογίσετε τη δύναμη του ελατηρίου στις θέσεις όπου μηδενίζεται η κινητική ενέργεια του σώματος. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

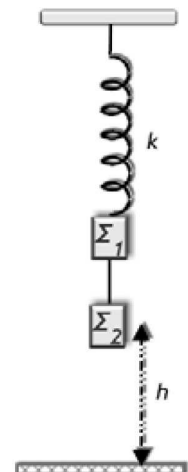
**166.** Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας  $m=100\text{g}$  είναι δεμένη στο δεξιό ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=10 \text{ N/cm}$ , του οποίου το αριστερό άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Η σφαίρα δέχεται σταθερή δύναμη μέτρου  $F=2\cdot 10^2 \text{ N}$ , της οποίας η διεύθυνση είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου και η φορά προς τ' αριστερά, οπότε το ελατήριο συσπειρώνεται. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατά  $d=0,1 \text{ m}$  προς τ' αριστερά και τη χρονική στιγμή  $t=0$  την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.



- Να υπολογίσετε την απόσταση  $x_0$  της θέσης ισορροπίας της σφαίρας από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.
- Να αποδείξετε ότι η σφαίρα θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα καθώς και την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.
- Σε ποιο σημείο της τροχιάς έχει ταυτόχρονα μέγιστο μέτρο δύναμης επαφοράς και δύναμης ελατηρίου; Βρείτε τότε το λόγο των μέτρων της μέγιστης δύναμης επαφοράς προς τη μέγιστη δύναμη ελατηρίου.
- Τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά, καταργείται ακαριαία η δύναμη  $F$ . Βρείτε το λόγο της ολικής ενέργειας  $E'$  της νέας ταλάντωσης προς την ολική ενέργεια  $E$  της αρχικής ταλάντωσης.

**167.** Το σύστημα των δύο σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ίσων μαζών  $m_1=m_2=10 \text{ kg}$ , ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100 \text{ N/m}$ . Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις. Το  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στο ελατήριο, ενώ αβαρές νήμα μικρού μήκους συνδέει τα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, οπότε το  $\Sigma_1$  αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

- Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συστήματος των  $\Sigma_1$ - $\Sigma_2$  και στη συνέχεια τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του  $\Sigma_1$  μετά το κόψιμο του νήματος.
- Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης  $A$  καθώς και την ολική της ενέργεια  $E$ .
- Θεωρώντας θετική φορά την προς τα πάνω, να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης  $x$  - χρόνου  $t$ . Στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες, στη διάρκεια της 1ης περιόδου. Θεωρήστε ότι:  $\pi^2=10$ .
- Αν το σώμα  $\Sigma_2$  έχει ως προς το δάπεδο, που βρίσκεται κάτω του, στη θέση ισορροπίας του συστήματος, βαρυτική δυναμική ενέργεια  $U_{\text{βαρ}}=180\text{J}$ , να βρείτε ποιο απ' τα δύο θα φτάσει πρώτο: το  $\Sigma_2$  στο έδαφος ή το  $\Sigma_1$  στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του. Δίνεται  $g=10 \text{ m/s}^2$ .



**168.** Μικρό σώμα, μάζας  $m=0,5 \text{ kg}$ , είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=200 \text{ N/m}$  και μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση δεχόμενο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=50 \text{ N}$  προς τα δεξιά, μέσω νήματος. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση που μηδενίζεται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, μεγιστοποιείται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

- α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του σώματος και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με τη σταθερά  $k$  του ελατηρίου.
- β) Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης  $E$  του σώματος.  
Κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως  $t=0$ , κόβεται το νήμα, στη θέση όπου η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι μέγιστη. Το σύστημα εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $A'$ .
- γ) Θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά, γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών  $[0, 2\pi)$ .
- δ) Να υπολογίσετε το λόγο των ενεργειών ταλάντωσης του σώματος  $E/E'$ , πριν και μετά την κατάργηση της δύναμης  $F$ .

**169.** Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100$  N/m είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του είναι δεμένος δίσκος  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=0,8$  kg. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένος κύβος  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=0,2$  kg. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω μεταφέροντας ενέργεια στο σύστημα ίση με  $E=2$  J και το αφήνουμε ελεύθερο.

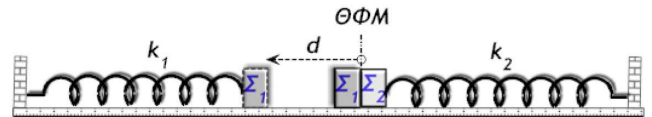
- α) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης  $A$  του συστήματος, τη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  καθώς και το χρόνο  $\Delta t$  στον οποίο θα περάσει για  $1^{\text{η}}$  φορά απ' τη θέση ισορροπίας του.
- β) Να γράψετε τη συνάρτηση της δύναμης επαφής  $N$ , που δέχεται ο κύβος από το δίσκο  $\Sigma_1$ , σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$  από τη θέση ισορροπίας του.
- γ) Να υπολογίσετε την απόσταση  $y$  από τη θέση ισορροπίας του, στην οποία ο κύβος θα χάσει την επαφή με το δίσκο.
- δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κύβου τη χρονική στιγμή, που εγκαταλείπει το δίσκο και το ύψος στο οποίο θα φθάσει πάνω από τη θέση που εγκαταλείπει το δίσκο.  
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

**170.** Το αριστερό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=400$  N/m στερεώνεται ακλόνητα και στο δεξιό άκρο του προσδένεται σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=3$  kg, το οποίο μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο  $\Sigma_1$  τοποθετείται δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=1$  kg. Εκτοξεύουμε προς τα δεξιά το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του, με ταχύτητα μέτρου  $V$  και παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, οπότε το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Τα δύο σώματα διατηρούν την επαφή στη διάρκεια της ταλάντωσης.



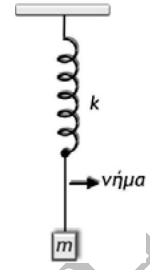
- α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης καθώς και τις σταθερές ταλάντωσης  $D_{ολ}$ ,  $D_1$  και  $D_2$  του συστήματος και των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αντίστοιχα.
- β) Να τοποθετήσετε το σύστημα σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσης του, να σχεδιάσετε και να περιγράψετε σε τρία κατάλληλα σχήματα τις δυνάμεις, που δέχονται: i) το σύστημα  $\Sigma_1 - \Sigma_2$ , ii) το  $\Sigma_1$  και iii) το  $\Sigma_2$ .
- γ) Να παραστήσετε γραφικά την αλγεβρική τιμή της στατικής τριβής από το  $\Sigma_1$  στο  $\Sigma_2$  σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$  από τη θέση ισορροπίας του, για πλάτος ταλάντωσης  $A=3$  cm.
- δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης  $V_{max}$ , ώστε το σώμα  $\Sigma_2$  να μην ολισθήσει πάνω στο σώμα  $\Sigma_1$ . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10$  m/s<sup>2</sup> και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι  $\mu_s=0,5$ .

**171.** Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος έχουν σταθερές  $k_1=300$  N/m και  $k_2=600$  N/m και τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμελητέων διαστάσεων, που είναι δεμένα στα άκρα των ελατηρίων, έχουν μάζες  $m_1=3$  kg και  $m_2=1$  kg. Τα δύο ελατήρια βρίσκονται αρχικά στο φυσικό τους μήκος και τα σώματα σε επαφή. Εκτρέπουμε από τη θέση ισορροπίας του το σώμα  $\Sigma_1$  κατά  $d=0,4$  m συμπιέζοντας το ελατήριο  $k_1$  και το αφήνουμε ελεύθερο. Κάποια στιγμή συγκρούεται με το  $\Sigma_2$  και κολλά σ' αυτό. Τα σώματα εκτελούν κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



- α) Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο και με τι ταχύτητα το σώμα  $\Sigma_1$  θα συγκρουστεί με το σώμα  $\Sigma_2$ .
- β) Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα  $\Sigma_1 - \Sigma_2$  θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την σταθερά της.
- γ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- δ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως αρχή του χρόνου τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση.
- ε) Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα  $m_1$  θα μηδενιστεί η ταχύτητα του συσσωματώματος για  $2^{\text{η}}$  φορά και πόση απόσταση θα έχει διανύσει το  $m_1$  μέχρι τότε;

172. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας  $m=10$  kg ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο του αβαρούς νήματος το πάνω άκρο του οποίου είναι δεμένο στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=10$  N/cm.



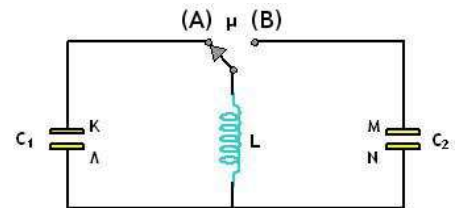
- Σχεδιάστε τις δυνάμεις, που ασκούνται στο σώμα και αιτιολογήστε γιατί η δύναμη ελατηρίου στο νήμα είναι ίση με την τάση του νήματος στο σώμα.
- Υπολογίστε την επιμήκυνση  $\Delta l$  του ελατηρίου. Θεωρήστε ότι  $g=10$  m/s<sup>2</sup>. Τραβάμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω από τη Θ.Ι. του, μεταφέροντας ενέργεια στο σώμα  $E_{\text{μετ}}=5$  J και το αφήνουμε να ταλαντωθεί.
- Να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης.
- Γράψτε την εξίσωση της τάσης του νήματος στο σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$  απ' τη θέση Ισορροπίας και σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος  $T$  σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$ , σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.
- Να βρείτε το σημείο της ταλάντωσης στο οποίο η τάση του νήματος θα μηδενισθεί.

### Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις

173. Σε ένα ιδανικό ηλεκτρικό κύκλωμα LC το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=4$  mH, ενώ ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C=160$  μF. Στο κύκλωμα υπάρχει διακόπτης  $\Delta$ , ο οποίος αρχικά είναι ανοικτός. Ο πυκνωτής φορτίζεται πλήρως και τη χρονική στιγμή  $t=0$  ο διακόπτης κλείνει, οπότε το κύκλωμα κάνει αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Η ολική ενέργεια του κυκλώματος είναι  $E=2 \cdot 10^{-3}$  J. Να υπολογίσετε:

- Την περίοδο  $T$  της ταλάντωσης.
- Τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα.
- Το φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται για δεύτερη φορά ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο.
- Την παραπάνω χρονική στιγμή  $t_1$ .

174. Στο κύκλωμα του σχήματος το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=10$  mH, ο πυκνωτής 1 έχει χωρητικότητα  $C_1=4$  μF, ενώ ο πυκνωτής 2 έχει χωρητικότητα  $C_2=16$  μF. Αρχικά ο μεταγωγός  $\mu$  βρίσκεται στη θέση (A) και το κύκλωμα LC εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με ολική ενέργεια  $E_1=8 \cdot 10^{-6}$  J, ενώ ο πυκνωτής 2 είναι αφόρτιστος.



Τη χρονική στιγμή  $t_1$  ο πυκνωτής 1 είναι πλήρως φορτισμένος, με τον οπλισμό K να είναι θετικά φορτισμένος. Τη χρονική στιγμή, όπου  $t_2=t_1+3T/4$ , όπου  $T_1$  η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος  $LC_1$ , μεταφέρουμε ακαριαία τον μεταγωγό στη θέση (B) χωρίς να προκληθεί σπινθήρας και το κύκλωμα  $LC_2$  ξεκινά αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

Να υπολογίσετε:

- το πλάτος φορτίου  $Q_1$  στον πυκνωτή 1.
- το πλάτος της έντασης  $I_2$  στο κύκλωμα  $LC_2$ .
- τη μέγιστη ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου στο κύκλωμα  $LC_2$ .

Να εξηγήσετε:

- ποιός από τους οπλισμούς M, N του πυκνωτή 2 φορτίζεται πρώτος θετικά, όταν το κύκλωμα  $LC_2$  ξεκινήσει ηλεκτρική ταλάντωση.

175. Ιδανικό κύκλωμα περιλαμβάνει πυκνωτή χωρητικότητας  $C=40$  μF, ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=4$  mH και διακόπτη, που είναι αρχικά ανοικτός. Φορτίζουμε τον πυκνωτή σε τάση  $V=100$  V και τη χρονική στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη, οπότε το κύκλωμα εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

- Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.
- Να υπολογίσετε την μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.
- Να γράψετε τις εξισώσεις  $q=f(t)$  και  $i=f(t)$ .
- Να υπολογίσετε την (ολική) ενέργεια της ταλάντωσης.

176. Πυκνωτής χωρητικότητας  $C$  φορτίζεται από ηλεκτρική πηγή συνεχούς τάσης που έχει Ηλεκτρεγερτική Δύναμη  $E=50$  V. Στη συνέχεια αποσυνδέουμε την πηγή φόρτισης και συνδέουμε τα άκρα του με αγωγούς μηδενικής αντίστασης σε ιδανικό πηνίο, που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=0,5$  H, μέσω διακόπτη. Τη

χρονική στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη, οπότε το κύκλωμα αρχίζει να εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις συχνότητας  $f=500/\pi$  Hz

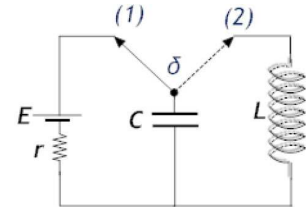
- Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή.
- Να γράψετε τις εξισώσεις του φορτίου του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να υπολογίσετε τις χρονικές στιγμές που μηδενίζεται η τάση αυτεπαγωγής του πηνίου στο χρονικό διάστημα από  $0$  έως  $2\pi \cdot 10^{-3}$  s.
- Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος τις στιγμές, που το φορτίο του πυκνωτή έχει  $5\sqrt{3} \cdot 10^{-5}$  C τιμή και το ρεύμα έχει φορά προς τον αρχικά αρνητικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή.

**177.** Ιδανικό κύκλωμα περιλαμβάνει πυκνωτή χωρητικότητας  $C$ , ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$  και διακόπτη, που είναι αρχικά ανοικτός. Φορτίζουμε τον πυκνωτή με φορτίο  $Q=(1/2\pi)$  mC και τη χρονική στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη, οπότε το κύκλωμα εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις με περίοδο  $T=1$  ms.

- Να βρείτε τη μέγιστη ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα.
- Να υπολογίσετε το φορτίο του πυκνωτή τις στιγμές, που η ένταση του ρεύματος έχει τιμή  $\sqrt{3}/2$  A.
- Να βρείτε ποιες χρονικές στιγμές στη διάρκεια της 1ης περιόδου, η ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι ίση με το 75% της ολικής ενέργειας του κυκλώματος;
- Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t=T/3$ .

**178.** Στο κύκλωμα του σχήματος η ηλεκτρική πηγή έχει ΗΕΔ  $E=20$  V, ο πυκνωτής χωρητικότητα  $C=2$   $\mu$ F και το πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=80$  mH.

- Αρχικά ο μεταγωγός διακόπτης βρίσκεται στη θέση (1).
  - Πόση είναι η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα και πόση η τάση στα άκρα του πυκνωτή;
  - Να υπολογίσετε την ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου που είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή.
- Τη χρονική στιγμή  $t=0$  μετακινούμε ακαριαία το διακόπτη στη θέση (2), χωρίς να δημιουργηθεί σπινθήρας (δηλαδή χωρίς απώλεια ενέργειας), οπότε «αποκόπτεται» η ηλεκτρική πηγή και το ιδανικό κύκλωμα L-C αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.
  - Να γράψετε τις εξισώσεις του φορτίου  $q$  του πυκνωτή καθώς και του ρυθμού μεταβολής του σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ .
  - Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή τη χρονική στιγμή που η ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου ισούται με  $U_B=3 \cdot 10^{-4}$  J.



**179.** Ιδανικό κύκλωμα περιλαμβάνει πυκνωτή χωρητικότητας  $C$ , ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$  και διακόπτη, που είναι αρχικά ανοικτός. Φορτίζουμε τον πυκνωτή με φορτίο  $Q=100\mu$ C και κλείνουμε το διακόπτη, οπότε το κύκλωμα εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Κάποια χρονική στιγμή  $t$  το φορτίο του αρχικά θετικά φορτισμένου οπλισμού του πυκνωτή είναι  $q=60\mu$ C και συνεχίζει να αυξάνεται. Την ίδια στιγμή η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι  $i=80$  mA. Να υπολογίσετε:

- την κυκλική (γωνιακή) συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης.
- το ρυθμό με τον οποίο το φορτίο αποθηκεύεται στον θετικό οπλισμό του πυκνωτή τη χρονική στιγμή  $t$ .
- το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος  $di/dt$  στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t$ .

**180.** Πυκνωτής χωρητικότητας  $C$  φορτίζεται από ηλεκτρική πηγή συνεχούς τάσης. Στη συνέχεια αποσυνδέουμε την πηγή φόρτισης και συνδέουμε τα άκρα του με αγωγούς μηδενικής αντίστασης σε ιδανικό πηνίο, που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=0,4$  H, μέσω διακόπτη. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη, οπότε το κύκλωμα αρχίζει να εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:  $q=0,4\sin 1000t$   $\mu$ C.

- Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή.
- Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να υπολογίσετε την τιμή της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή όταν η τιμή της έντασης του ρεύματος είναι  $0,2 \cdot 10^{-3}$  A.

**181.** Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος η ηλεκτρική πηγή έχει ΗΕΔ  $E=20$  V και εσωτερική αντίσταση  $r=1$   $\Omega$ , ο αντιστάτης έχει αντίσταση  $R=9$   $\Omega$ , ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C=10\mu$ F και το πηνίο έχει συντελεστή

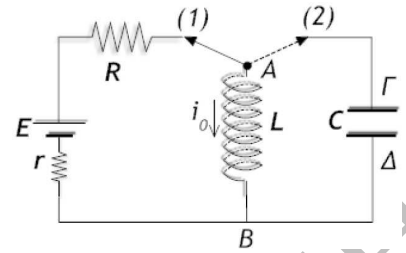
αυτεπαγωγής  $L=16$  mH. Ο μεταγωγός διακόπτης είναι αρχικά στη θέση (1) και το πηνίο διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης. Τη χρονική στιγμή  $t=0$ , μεταφέρουμε απότομα το διακόπτη στη θέση (2) χωρίς να δημιουργηθεί σπινθήρας, οπότε στο ιδανικό κύκλωμα L-C διεγείρεται αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

α) Να βρείτε τη σταθερή ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο καθώς και την αποθηκευμένη ενέργεια μαγνητικού πεδίου όταν ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση (1).

β) Ποιος σπλισμός του πυκνωτή θα φορτιστεί πρώτος θετικά και γιατί; Ποιά χρονική στιγμή ο σπλισμός Δ του πυκνωτή θα αποκτήσει για πρώτη φορά μέγιστο φορτίο με αρνητική πολικότητα; Ποιά χρονική στιγμή το πηνίο για πρώτη φορά θα διαρρέεται από ρεύμα μέγιστης τιμής και φοράς από το B προς το A;

γ) Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν πως μεταβάλλονται σε σχέση με το χρόνο στο S.I. το φορτίο του σπλισμού Δ του πυκνωτή και η ένταση του ρεύματος.

δ) Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος τη στιγμή που η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι μηδέν.



**182.** Στο κύκλωμα του σχήματος, ο πυκνωτής  $C_1$  έχει χωρητικότητα  $C_1=16$   $\mu$ F και είναι φορτισμένος από πηγή με ΗΕΔ  $E=50$ V, και πολικότητα όπως στο σχήμα. Το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=10$ mH, ενώ ο πυκνωτής  $C_2$ , με χωρητικότητα  $C_2=4$   $\mu$ F, είναι αρχικά αφόρτιστος.

1) Τη χρονική στιγμή  $t=0$  ο διακόπτης μεταφέρεται στη θέση (1) και το κύκλωμα L- $C_1$  αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

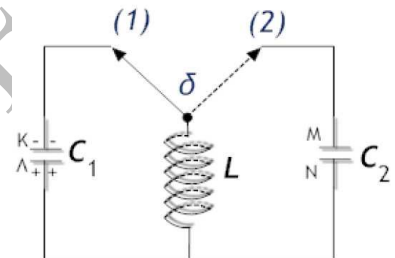
α) Να γράψετε την εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με τον χρόνο για το κύκλωμα L- $C_1$ .

β) Να βρείτε τη χρονική στιγμή  $t_1=3\pi \cdot 10^{-4}$ s, την ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα L- $C_1$  καθώς και την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

2) Τη χρονική στιγμή  $t_1$  ο διακόπτης μεταφέρεται ακαριαία στη θέση (2) χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας και ταυτόχρονα μηδενίζουμε το χρονόμετρο. Το κύκλωμα L- $C_2$  αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

α) Να βρείτε σε πόσο χρονικό διάστημα θα φορτιστεί πλήρως ο πυκνωτής  $C_2$  καθώς και ποιος σπλισμός του, ο Μ ή ο Ν, θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο

β) Για το κύκλωμα L- $C_2$ , να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν σε σχέση με το χρόνο το φορτίο του σπλισμού Μ καθώς και την ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή  $C_2$ .



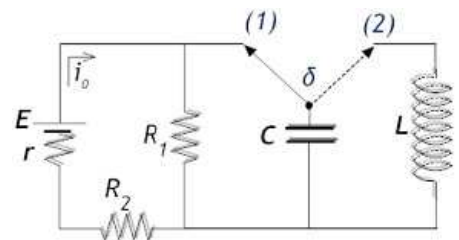
**183.** Στο παρακάτω κύκλωμα η ηλεκτρική πηγή έχει ΗΕΔ  $E=50$ V και εσωτερική αντίσταση  $r=1\Omega$ , οι αντιστάτες έχουν αντίσταση  $R_1=4\Omega$  και  $R_2=5\Omega$ , ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C=10\mu$ F και το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=4$ mH. Αρχικά ο μεταγωγός διακόπτης δ είναι στη θέση (1) και οι αντιστάτες διαρρέονται από ρεύμα σταθερής έντασης. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  μετακινούμε το διακόπτη στη θέση (2), χωρίς να δημιουργηθεί σπινθήρας, οπότε το ιδανικό κύκλωμα L-C αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

α) Να βρείτε την ένταση  $i_0$  του ρεύματος, που διαρρέει την πηγή καθώς και το φορτίο, που έχει αποθηκευτεί στον πυκνωτή όταν οι αντιστάτες διαρρέονται από σταθερό ρεύμα.

β) Να βρείτε το λόγο της έντασης του ρεύματος  $i_0$ , που διέρρεε αρχικά την πηγή προς τη μέγιστη ένταση I του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα L-C της ηλεκτρικής ταλάντωσης.

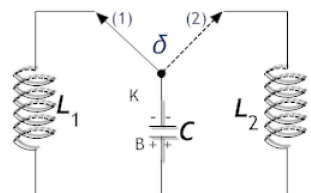
γ) Να γράψετε τις εξισώσεις, που δίνουν τις ενέργειες του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή και του μαγνητικού πεδίου του πηνίου σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ) Να βρείτε τις χρονικές στιγμές στις οποίες οι ενέργειες ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι ίσες στη διάρκεια της πρώτης περιόδου της ταλάντωσης.



**184.** Στο κύκλωμα του σχήματος, ο πυκνωτής C έχει χωρητικότητα  $C=20$   $\mu$ F και είναι φορτισμένος από πηγή με ΗΕΔ  $E=10$  V, και πολικότητα όπως στο σχήμα. Τα πηνία έχουν συντελεστή αυτεπαγωγής  $L_1=8$  mH και  $L_2=2$  mH.

1) Τη χρονική στιγμή  $t=0$  ο μεταγωγός διακόπτης δ μεταβαίνει στη θέση (1) και το κύκλωμα  $L_1$ C αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.



- α) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις, που δίνουν το φορτίο του πυκνωτή και την ένταση του ρεύματος, στο S.I. Πόση είναι η ολική ενέργεια  $E_1$  της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος  $L_1C$ ;
- β) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{16\pi}{3} 10^{-4}$ s.
- (i) Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το  $L_1$  πηνίο.  
(ii) Το φορτίο κάθε οπλισμού του πυκνωτή.
- 2) Τη χρονική στιγμή  $t_1$  ο διακόπτης μεταβαίνει ακαριαία στη θέση (2), χωρίς να ξεσπάσει ηλεκτρικός σπινθήρας.
- α) Θεωρώντας πάλι ως  $t=0$  τη χρονική στιγμή που αλλάζει θέση ο διακόπτης, να γράψετε τη σχέση έντασης ρεύματος-χρόνου για το κύκλωμα  $L_2C$ . Πόση είναι τώρα η ολική ενέργεια  $E_2$  του κυκλώματος  $L_2C$  ;
- β) Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου  $L_2$ , τη χρονική στιγμή  $t_2 = \frac{5\pi}{4} 10^{-4}$ s.

**Φθίνουσα ταλάντωση**

- 185.** Σώμα μάζας 1kg εκτελεί φθίνουσα αρμονική ταλάντωση και το πλάτος μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $A=0,1e^{-\Lambda t}$  (S.I.), με  $t=NT$  ( $N=0,1,2,4,\dots$ ), όπου  $T$  είναι η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης. Τη στιγμή  $t=0$  η ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με 2J, ενώ τη στιγμή  $t_1$  το πλάτος της ταλάντωσης είναι το μισό του αρχικού. Να βρεθούν:
- α) Το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή  $t_2=4t_1$ .  
β) Η περίοδος  $T$  της ταλάντωσης.  
γ) Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας που μετετρέπη σε θερμότητα κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης από την αρχή μέχρι τη χρονική στιγμή  $t=2t_1$ .
- 186.** Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $A=A_0e^{-\Lambda t}$  και υποδιπλασιάζεται σε χρόνο  $t=5$ s.
- α) Ποια είναι η τιμή της σταθεράς  $\Lambda$  της ταλάντωσης;  
β) Πόσος χρόνος χρειάζεται ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να μείνει το  $1/8$  του αρχικού;  
γ) Ποιο κλάσμα της αρχικής του ενέργειας χάνει το ταλαντούμενο σύστημα στο χρονικό διάστημα που πρέπει να περάσει για να γίνει το πλάτος το  $1/8$  του αρχικού;  
Δίνεται  $\ln 2=0,7$ .
- 187.** Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $A=A_0e^{-\Lambda t}$ . Το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή  $t=0$  είναι  $A_0=8$ cm και τη χρονική στιγμή  $t=20$ s είναι  $A_1=2$ cm.
- α) Ποια είναι η τιμή της σταθεράς  $\Lambda$  της ταλάντωσης;  
β) Πόσος χρόνος χρειάζεται ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να μείνει το  $1/2$  του αρχικού;  
γ) Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή  $t=30$ s;  
Δίνεται  $\ln 2=0,7$ .
- 188.** Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $A=A_0e^{-\Lambda t}$ . Η σταθερά  $\Lambda$  της ταλάντωσης ισούται με  $\Lambda=0,014$ s<sup>-1</sup>.
- α) Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα το σύστημα θα έχει χάσει τα  $3/4$  της αρχικής του ενέργειας .  
β) Να υπολογιστεί ο αριθμός των ταλαντώσεων  $N$  που πραγματοποιεί το σύστημα μέχρι να υποτετραπλασιαστεί η αρχική του ενέργεια.  
Δίνεται ότι η περίοδος των ταλαντώσεων είναι  $T=0,5$ s και  $\ln 2=0,7$ .
- 189.** Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $A=A_0e^{-\ln 4 t}$ . Σε χρονικό διάστημα  $10T$ , όπου  $T$  η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης, το πλάτος ελαττώνεται κατά 50%. Να υπολογίσετε:
- α) την περίοδο  $T$  της φθίνουσας ταλάντωσης.  
β) τον αριθμό των ταλαντώσεων  $N$  που πρέπει να πραγματοποιηθούν ώστε το πλάτος να μειωθεί από  $A_0/4$  σε  $A_0/16$ .  
γ) Το κλάσμα της αρχικής ενέργειας που έχασε ο ταλαντωτής καθώς το πλάτος μειώνεται από  $A_0/4$  σε  $A_0/16$ .

**Εξαναγκασμένη Ταλάντωση**

**190.** Σύστημα κατακόρυφου ελατηρίου-σώματος που παρουσιάζει μικρή απόσβεση εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι  $f=5/\pi$  Hz. Η μάζα του ταλαντούμενου σώματος είναι  $m=1\text{kg}$  και η σταθερά του ελατηρίου είναι  $k=400\text{N/m}$ .

- α) Να υπολογιστεί η συχνότητα του διεγέρτη ώστε να έχουμε συντονισμό.  
 β) Αν αυξήσουμε σταδιακά τη συχνότητα του διεγέρτη από την τιμή  $f=5/\pi$  Hz ως την τιμή  $f=12/\pi$  Hz, να περιγράψετε τι συμβαίνει σε σχέση με το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

**191.** Σύστημα ελατηρίου-σώματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το σύστημα παρουσιάζει σταθερά απόσβεσης  $b$ . Το σώμα περνάει από τη θέση ισορροπίας κάθε  $0,5\text{s}$ . Η μάζα του σώματος είναι  $m=1\text{kg}$  και η σταθερά του ελατηρίου  $k=400\text{N/m}$ . Να υπολογιστεί:

- α) Η συχνότητα  $f$  του διεγέρτη.  
 β) Η ιδιοσυχνότητα  $f_0$  του συστήματος.  
 γ) Η σταθερά του ελατηρίου, το οποίο θα αντικαταστήσει το αρχικό ώστε να επιτευχθεί συντονισμός, Δίνεται  $\pi^2=10$ .

**192.** Κύκλωμα LC χρησιμοποιείται για τη λήψη ραδιοφωνικών κυμάτων. Ένας ραδιοφωνικός σταθμός εκπέμπει σε συχνότητα  $f=103$  MHz. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου είναι  $L=2\text{mH}$ .

- α) Να υπολογιστεί η χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή για την οποία συντονίζεται ο δέκτης στο συγκεκριμένο σταθμό.  
 β) Πόσο πρέπει να μεταβληθεί η χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή για να ακούσουμε ένα σταθμό που εκπέμπει σε συχνότητα  $f=100$  MHz;  
 Δίνεται  $\pi^2=10$ .

**193.** Ένας ραδιοφωνικός σταθμός εκπέμπει στα  $100$  MHz. Αν για τη λήψη αυτού του ηλεκτρομαγνητικού κύματος χρησιμοποιείται δέκτης με κύκλωμα LC, στο οποίο το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=2\text{mH}$ , για ποιά τιμή της χωρητικότητας του πυκνωτή συντονίζεται ο δέκτης; Δίνεται  $\pi^2=10$ .

**Σύνθεση Ταλαντώσεων**

**194.** Μικρό σώμα μάζας  $m=0,1\text{kg}$  εκτελεί ταυτοχρόνως δύο Α.Α.Τ. οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις της απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο για τις δύο Α.Α.Τ. είναι  $x_1=0,3\eta\mu 10\pi t$  και  $x_2=0,4\eta\mu(10\pi t+\pi/2)$  και οι δύο εξισώσεις είναι στο (S.I.).

- α) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης για τη σύνθετη ταλάντωση.  
 β) Να βρεθεί η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς συναρτήσει του χρόνου για τη σύνθετη ταλάντωση.  
 γ) Να υπολογιστεί η περίοδος της σύνθετης ταλάντωσης.  
 δ) Αν τη χρονική στιγμή  $t$  η απομάκρυνση της σύνθετης ταλάντωσης είναι  $x=0,25\text{m}$  να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος.  
 Δίνεται  $\epsilon\phi(3\pi/10)=4/3$  και  $\pi^2=10$ .

**195.** Σώμα μάζας  $m=0,5\text{kg}$  εκτελεί ταυτοχρόνως δύο Α.Α.Τ. της ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Οι δύο Α.Α.Τ. περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$x_1=0,5\eta\mu 20\pi t \quad \text{και} \quad x_2=0,7\eta\mu(20\pi t+\pi) \quad (\text{S.I.})$$

- α) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης και της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο για τη σύνθετη ταλάντωση.  
 β) Να υπολογιστεί η περίοδος της σύνθετης ταλάντωσης.  
 γ) Να υπολογιστεί το πλάτος της δύναμης επαναφοράς για τη σύνθετη ταλάντωση.  
 δ) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος όταν η απομάκρυνσή του είναι  $x=0,1\text{m}$ .  
 Δίνεται  $\pi^2=10$ .

**196.** Ένα σώμα μάζας  $m=0,2\text{Kg}$  εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με εξισώσεις και (όλα τα μεγέθη στο S.I.).

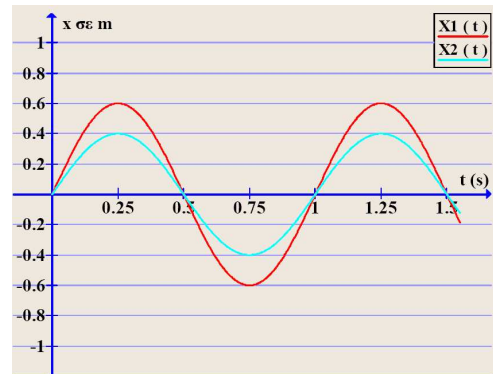
$$x_1=0,4\eta\mu\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \quad \text{και} \quad x_2=0,4\eta\mu\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \quad (\text{S.I.})$$

- α) Να υπολογισθεί η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.  
 β) Να υπολογισθεί το πλάτος  $A$  της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.  
 γ) Να υπολογισθεί η περίοδος και η αρχική φάση της σύνθετης ταλάντωσης.

δ) Να γραφεί η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης, που εκτελεί το σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.  
Δίνεται  $\pi^2=10$ .

197. Ένα σώμα μάζας  $m=1\text{kg}$  εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο και οι απομακρύνσεις τους παριστάνονται στο παρακάτω διάγραμμα.

- Να υπολογισθεί η γωνιακή συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης.
- Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης των δύο επιμέρους ταλαντώσεων, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης και να παρασταθεί γραφικά στο ίδιο διάγραμμα με τις δύο προηγούμενες εξισώσεις.
- Να υπολογισθεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή  $t=1\text{s}$ .  
Δίνεται  $\pi^2=10$ .



198. Ένα σώμα μάζας  $m=20\text{g}$  εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας και γύρω από το ίδιο σημείο. Η δεύτερη ταλάντωση έχει διπλάσιο πλάτος από την πρώτη και η φάση της προηγείται κατά γωνία  $\varphi=60^\circ$ . Η πρώτη ταλάντωση έχει αρχική φάση μηδέν. Η συνισταμένη ταλάντωση έχει εξίσωση:

$$x = \sqrt{7} \eta\mu(2\pi t + \theta) \quad (x \text{ σε cm, } t \text{ σε s}).$$

- Να υπολογισθεί η σταθερά  $D$  της σύνθετης ταλάντωσης
- Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης των δύο αρχικών ταλαντώσεων.
- Να συγκρίνετε την ενέργεια της σύνθετης ταλάντωσης με το άθροισμα των ενεργειών των δύο επιμέρους ταλαντώσεων.
- Να υπολογίσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας του σώματος προς την κινητική, τη χρονική στιγμή  $t=0$ .  
Δίνεται  $\pi^2=10$ .

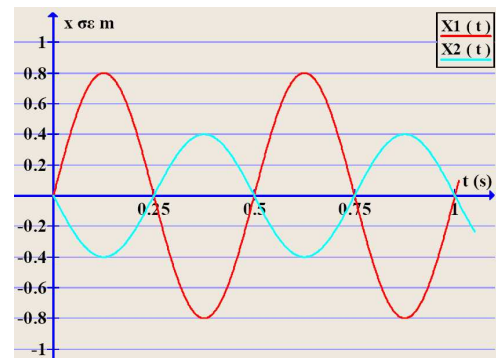
199. Ένα σώμα μάζας  $250\text{g}$  εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με εξισώσεις

$$x_1 = 0,08\eta\mu\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{και} \quad x_2 = 0,08\sqrt{3}\eta\mu 4\pi t \quad (\text{S.I.})$$

- Να υπολογισθεί το πλάτος  $A$  της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.
- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.
- Να βρεθεί η δύναμη επαναφοράς τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση  $x=0,1\text{m}$ .
- Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη στιγμή που περνά από τη θέση  $x=0,08\text{m}$ .  
Δίνεται  $\pi^2=10$ .

200. Ένα σώμα μάζας  $m=0,1\text{kg}$  εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο και οι απομακρύνσεις τους δίνονται από το παρακάτω διάγραμμα.

- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης των δύο ταλαντώσεων.
- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης και να παρασταθεί γραφικά στο ίδιο διάγραμμα με τις δύο επιμέρους ταλαντώσεις.
- Να υπολογισθεί η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης.
- Να βρεθεί η απομάκρυνση της σύνθετης ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια γίνει τριπλάσια της δυναμικής, για πρώτη φορά. Δίνεται  $\pi^2=10$ .

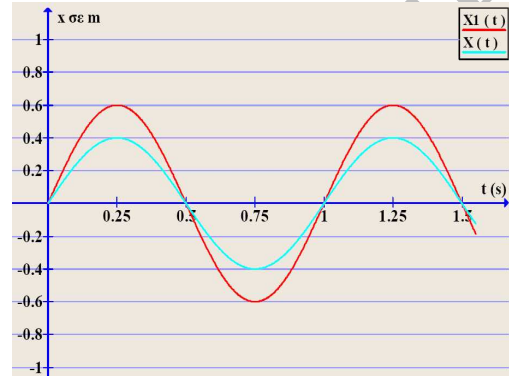


201. Υλικό σημείο Σ εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$x_1 = 2\eta\mu 10t \quad \text{και} \quad x_2 = 2\eta\mu(10t + \pi/3), \quad (x_1 \text{ και } x_2 \text{ σε cm, } t \text{ σε s})$$

- Να υπολογισθεί το πλάτος  $A$  της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.
- Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.
- Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ.
- Να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = \pi/15$  s μετά από τη στιγμή  $t=0$ .

202. Ένα σώμα μάζας  $m=0,2\text{kg}$  εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο. Στο παρακάτω διάγραμμα, φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της πρώτης ταλάντωσης  $x_1(t)$  και της συνισταμένης ταλάντωσης  $x(t)$ .



- Να υπολογισθεί η σταθερά της συνισταμένης ταλάντωσης.
- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της πρώτης και της συνισταμένης ταλάντωσης.
- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της δεύτερης ταλάντωσης και να παρασταθεί γραφικά στο ίδιο διάγραμμα.
- Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή  $t=1/8$  s.

Δίνεται:  $\pi^2=10$ .

203. Ένα σώμα μάζας  $m=200\text{g}$  εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας, ίδιου πλάτους  $A$  και γύρω από το ίδιο σημείο. Η πρώτη ταλάντωση έχει αρχική φάση μηδέν και υστερεί φασικά από τη δεύτερη. Η συνισταμένη κίνηση που προκύπτει έχει το ίδιο πλάτος  $A$  με κάθε μια από τις επιμέρους ταλαντώσεις. Η κάθε μια ταλάντωση έχει ενέργεια  $0,1\text{J}$ , ενώ η δύναμη επαναφοράς έχει μέγιστη τιμή  $2\text{N}$ .

- Να υπολογισθεί η διαφορά φάσης της:
  - δεύτερης ταλάντωσης με την πρώτη και
  - της σύνθετης ταλάντωσης με την πρώτη.
- Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης των δύο αρχικών ταλαντώσεων.
- Να γραφεί η εξίσωση της επιτάχυνσης - χρόνου για την συνισταμένη ταλάντωση.
- Να υπολογισθεί η ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια της κινητικής.

204. Ένα σώμα μάζας  $m=100\text{g}$  εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας και γύρω από το ίδιο σημείο. Η δεύτερη ταλάντωση έχει τριπλάσιο πλάτος από την πρώτη και η φάση της προηγείται κατά γωνία  $\varphi=60^\circ$ . Η πρώτη ταλάντωση έχει αρχική φάση μηδέν. Η συνισταμένη ταλάντωση έχει εξίσωση:

$$x = 0,2\sqrt{13} \eta\mu(2\pi t + \theta) \quad (\text{S.I.}).$$

- Να υπολογισθεί η αρχική φάση  $\theta$  της συνισταμένης ταλάντωσης.
- Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης των δύο αρχικών ταλαντώσεων.
- Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας - χρόνου της συνισταμένης ταλάντωσης.
- Να υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος όταν περνά από τη θέση  $x=0,2\text{m}$ .

Να θεωρήσετε ότι :  $\pi^2=10$  και  $0,6\sqrt{3}=1$

### Διακρότημα

205. Ένα διαπασών παράγει ήχο συχνότητας  $f_1=1001\text{Hz}$ . Αν φέρουμε πολύ κοντά ένα δεύτερο διαπασών, περίπου ίδιο με το πρώτο, παράγεται και ένας δεύτερος ήχος συχνότητας  $f_2$  που είναι λίγο μικρότερη από την πρώτη. Ο σύνθετος ήχος που ακούει τότε ένας παρατηρητής έχει συχνότητα  $f=1000\text{Hz}$ . Να υπολογισθεί:

- η συχνότητα  $f_2$ .
- η συχνότητα μεταβολής του πλάτους της σύνθετης κίνησης.
- πόσες φορές μηδενίζεται η ένταση του ήχου που ακούει ο παρατηρητής σε χρόνο  $\Delta t=2\text{s}$ .
- Ένα μόριο του αέρα ταλαντώνεται εξαιτίας του ήχου που παράγουν τα διαπασών. Να υπολογισθεί πόσες φορές περνά από τη θέση ισορροπίας του σε χρόνο ίσο με τη περίοδο των διακροτημάτων.

206. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο που περιγράφονται από τις εξισώσεις:  $x_1 = A\eta\mu 199\pi t$  και  $x_2 = A\eta\mu 201\pi t$  (S.I.). Η εξίσωση που περιγράφει την συνισταμένη ταλάντωση είναι:

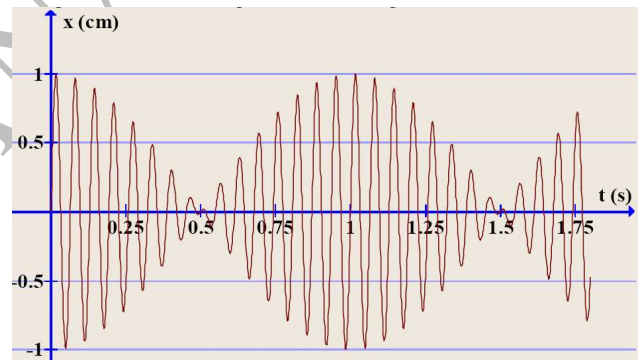
$$x = 0,04 \sin 2\pi f_3 t \eta\mu 2\pi f_4 t \quad (\text{S.I.}).$$

- Να υπολογισθεί το πλάτος  $A$  και οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  των δύο επιμέρους Α.Α.Τ.
- Τι εκφράζουν η ημιδιαφορά και το ημίαθροισμα των συχνοτήτων των επιμέρους Α.Α.Τ. και ποια είναι η τιμή τους;
- Να υπολογισθεί η περίοδος των διακροτημάτων  $T_\Delta$  και ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα στο χρόνο αυτό.
- Να σχεδιάσετε ποιοτικά τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης με το χρόνο.

207. Οι ήχοι που παράγονται από δύο ακίνητα διαπασών, έχουν την ίδια ένταση, βρίσκονται πολύ κοντά το ένα με το άλλο και έχουν συχνότητες  $f_1 = 499\text{Hz}$  και  $f_2 = 501\text{Hz}$ , αντίστοιχα. Οι ήχοι αναγκάζουν το τύμπανο ενός αυτιού να ταλαντώνεται. Οι επιμέρους ταλαντώσεις που ενεργοποιούν το τύμπανο έχουν μηδενική αρχική φάση και ίδιο πλάτος  $A$ .

- Να υπολογισθεί η συχνότητα:
  - των διακροτημάτων.
  - μεταβολής του πλάτους της σύνθετης κίνησης.
  - της σύνθετης κίνησης.
- Να υπολογισθεί ο αριθμός των μεγιστοποιήσεων του πλάτους των διακροτημάτων σε χρόνο 20 s.
- Να υπολογισθεί ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το τύμπανο σε χρόνο 1 s.
- Να υπολογισθεί, σαν συνάρτηση του χρόνου, η διαφορά φάσης των δύο επιμέρους ταλαντώσεων που ενεργοποιούν το τύμπανο και να παρασταθεί γραφικά. Στο διάγραμμα να φαίνονται οι χρονικές στιγμές  $T_\Delta/2$  και  $T_\Delta$  (όπου  $T_\Delta$  η περίοδος των διακροτημάτων). Να εξηγήσετε με τη βοήθεια της διαφοράς φάσης, γιατί στις στιγμές αυτές το πλάτος είναι μηδέν και μέγιστο αντίστοιχα.

208. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους  $A$ , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο με συχνότητες  $f_1 = 16\text{Hz}$  και  $f_2$  ( $f_2 < f_1$ ) αντίστοιχα, οι οποίες διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο της σύνθετης κίνησης που εκτελεί το σώμα.



- Να υπολογισθεί η συχνότητα και η περίοδος των διακροτημάτων καθώς και η συχνότητα  $f_2$ .
- Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης των δύο επιμέρους ταλαντώσεων.
- Να γραφεί η εξίσωση του πλάτους της σύνθετης κίνησης.
- Να υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που περνά από τη θέση  $x = 0,1\text{cm}$ .  
Δίνεται  $\pi^2 = 10$ .

209. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους  $A$ , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο με παραπλήσιες συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  ( $f_2 < f_1$ ). Οι δύο ταλαντώσεις έχουν αρχική φάση μηδέν. Η απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο της σύνθετης κίνησης που παρουσιάζει διακροτήματα είναι:

$$x = 0,02 \sin 2\pi t \eta\mu 50\pi t \quad (\text{S.I.}).$$

- Να υπολογισθούν οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  και το πλάτος  $A$  των δύο ταλαντώσεων.
- Να γραφεί η εξίσωση του πλάτους  $A'$  της παραπάνω σύνθετης ταλάντωσης με το χρόνο.
- Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης - χρόνου των δύο επιμέρους ταλαντώσεων και να γίνουν τα αντίστοιχα διαγράμματα καθώς και το διάγραμμα της συνισταμένης ταλάντωσης για χρονικό διάστημα από 0 έως 1s.
- Να υπολογισθεί πόσες φορές μηδενίζεται η απομάκρυνση της σύνθετης κίνησης σε χρόνο ίσο με την περίοδο των διακροτημάτων.

210. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α.Α.Τ. της ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο. Οι επιμέρους ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις

$$x_1=0,2\eta\mu 100\pi t \text{ και } x_2=0,2\eta\mu 102\pi t \quad (\text{S.I.})$$

- α) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο για τη σύνθετη ταλάντωση.
- β) Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή που μηδενίζεται το πλάτος για πρώτη φορά.
- γ) Να υπολογιστεί ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΝΑΤΕΚΝΗΣΗ